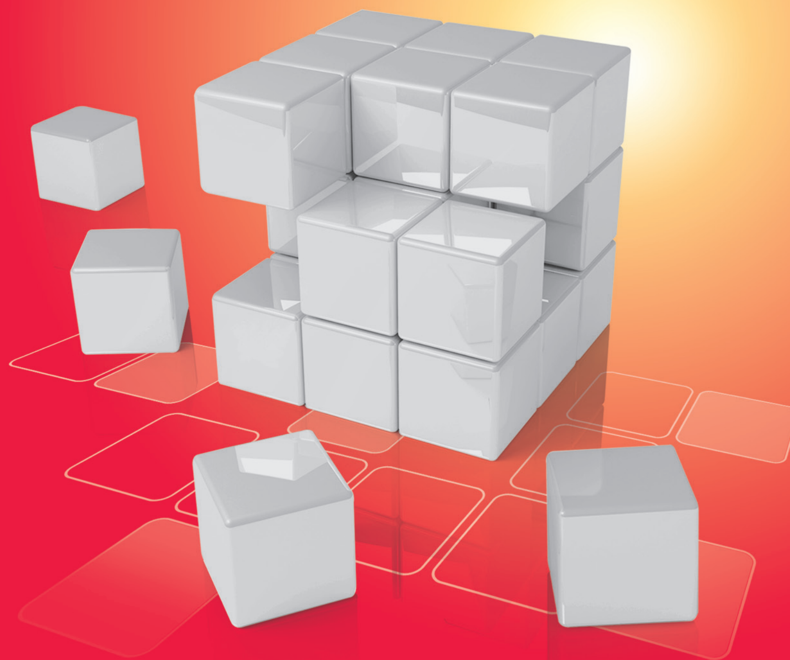
Álgebra

Actividades



Intelectum

EVOLUCIÓN



Contenido



Unidad 1



RECUERDA

Muhammad Ibn Musa Al-Jwarizmi

Matemático árabe, vivió por los años 780 d.C. y 850 d.C. Escribió una obra titulada Libro de la reducción, cuya versión latina tuvo gran influencia en la matemática europea hasta mediados del siglo XV. En ella indicó las primeras reglas del cálculo algebraico: la transposición de los términos de uno a otro miembro de una ecuación, previo cambio de signo, y la anulación de términos idénticos en ambos miembros. También estudió las ecuaciones de segundo grado y otras cuestiones matemáticas. La latinización de su nombre dio lugar a la palabra «guarismo».

Poco sabemos acerca de la vida de este astrónomo, geógrafo y matemático musulmán del siglo IX. Era natural de Juwarizmi (Jhiva), y residió en Irak, en la corte del califa abasida Al-Namun (813-833).

Con su Kitab al-yabr wa-l-mugaballa o Libro del álgebra (literalmente, Libro de la reducción, o bien "de la integración" o "compensación"), Al-Jwarizmi inició la literatura matemática de los musulmanes. Traducido al latín por Rodolfo Chester y Gherardo da Cremona (en el siglo XII), ejerció grandísima influencia en los matemáticos europeos hasta el siglo XV.

De la popularidad de este libro dan prueba dos términos de nuestro más común lenguaje matemático. En primer lugar, la palabra "algoritmo", que hoy, después de haber pasado por varios significados, indica un "procedimiento constante de cálculo" y que deriva evidentemente del nombre de Al-Jwarizmi (igualmente la palabra "guarismo"). Y en segundo lugar, la misma palabra "álgebra", introducida en Occidente por medio de este tratado árabe, en el que el término "Al-yéber" designa la conocida operación por la que un término pasa de un miembro a otro de una ecuación, cambiando de signo. En realidad, esa palabra tiene su raíz más antigua en la forma babilónica "gabru-inaliaru" que significa "parangonar", "confrontar", "poner en ecuación".

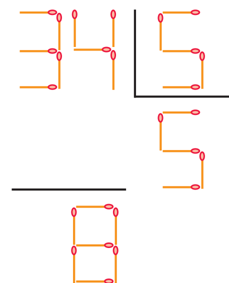
En la obra de Al-Jwarizmi se estudian no solo las ecuaciones de primer grado, sino también las de segundo (por ejemplo: $x^2 + 10x - 39 = 0$), con un método que substancialmente no difiere del actual. Las ecuaciones de primer grado cuyas soluciones han de estar en números enteros (porque se refieren a problemas que admiten solo tales soluciones, como, por ejemplo, cuando se busca un número de hombres, o de caballos, etc.) son tratados con el método de "falsa suposición" o, como se dice comúnmente, "falsa posición".

Reflexiona

- *La fortuna solo sonríe a los audaces, fríos y prudentes, a aquellos a quienes las espontaneidades de la imaginación no son suficientes para lanzarse al peligro.*
- *Uno de los secretos para disfrutar de una vida larga y feliz es amar el trabajo que hacemos.*
- *Si amas tu profesión descubrirás que nunca tendrás que volver a trabajar en tu vida.*
- *¡Derrota tu negativismo y halla en todas las cosas simples motivos de ilusión!*

¡Razona...!

En la figura, ¿cuántos cerillos como mínimo se deben mover para que dicha operación sea correcta?



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: LEYES DE LA TEORÍA DE EXPONENTES I

1 Calcula:

$A = 7^{3^{4^{0}}}$

Resolución:

$A = 7^{3^{4^{0}}} = 7^{3^{1}}$

$A = 7^{3}$

$\therefore\ A = 343$

(A) 343 B) 49 C) 7
D) 247 E) 81

2 Efectúa:

$S = -5^{0} + 8^{1} + 7^{2} - 16\sqrt{2}^{0}$

Resolución:

$S = -1 + 8 + 49 - 16 . 1$

$S = 7 + 49 - 16$

$\therefore\ S = 40$

(A) 40 B) 39 C) 42
D) 43 E) 36

3 Calcula:

$A = (-2)^{4} - 4^{2} + 16^{0} + \sqrt{16}^{0}$

Resolución:

$A = 2^{4} - 16 + 1 + 1$

$A = 16 - 16 + 2$

$\therefore\ A = 2$

(A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 5

4 Calcula:

$A = -7^{0} + 9^{0} + 8^{0} + \sqrt{5}^{2} - 6^{0}$

Resolución:

$A = -1 + 1 + 1 + 5 - 1$

$\therefore\ A = 5$

A) 2 B) 3 C) 6
D) 1 (E) 5

5 Calcula:

$E = 5^{2^{3^{0}}}$

Resolución:

$E = 5^{2^{3^{0}}} = 5^{2^{1}} = 5^{2}$

$\therefore\ E = 25$

A) 5 B) 1 (C) 25
D) $\frac{1}{5}$ E) 10

6 Calcula:

$E = 7^{8^{0}} + 8^{7^{0}}$

Resolución:

$E = 7^{8^{0}} + 8^{7^{0}}$

$E = 7^{1} + 8^{1}$

$E = 15$

A) 20 B) 21 C) 16
D) 22 (E) 15

7 Efectúa:

$$A=\left[\left(6^{3}\right)^{0}\right]^{5}+\left[\left(5^{6}\right)^{3}\right]^{0}$$

Resolución:

$A=[1]^5+[5^{18}]^0$

$A=1+1\Rightarrow A=2$

A) 11　　B) 1　　**C) 2** (circled)

D) 125　　E) 126

8 Calcula:

$$\frac{a^5}{a^3}+\frac{2a^{10}}{a^8}+\frac{3a^{15}}{a^{13}}$$

Resolución:

$\frac{a^5}{a^3}+\frac{2a^{10}}{a^8}+\frac{3a^{15}}{a^{13}}$

$=a^{5-3}+2a^{10-8}+3a^{15-13}$

$=a^2+2a^2+3a^2=6a^2$

A) $4a^2$　　B) $5a^2$　　**C) $6a^2$** (circled)

D) $7a^2$　　E) $8a^2$

9 Calcula:

$-(-2x^6)$ por $-(-3x^4)(-2x^2)$

Resolución:

$-(-2x^6)$ por $-(-3x^4)(-2x^2)$

$=(2x^6)(-6x^{4+2})$

$=-12x^{12}$

A) $3x^2$　　B) $6x^{12}$　　**C) $-12x^{12}$** (circled)

D) $-3x^2$　　E) $-6x^2$

10 Calcula:

$2x^3x^4x^5+7x^6x^6+6x^{10}x^2$

Resolución:

$2x^3x^4x^5+7x^6x^6+6x^{10}x^2$

$=2x^{12}+7x^{12}+6x^{12}=15x^{12}$

A) $13x^{10}$　　B) $12x^{15}$　　**C) $15x^{12}$** (circled)

D) $9x^8$　　E) $6x^7$

11 Calcula:

$$A=\sqrt{5}^{0}+8\sqrt{2}^{0}+(-5)^{0}-9^{0}+(\sqrt{3}+1)^{0}$$

Resolución:

$A=\sqrt{5}^{0}+8\sqrt{2}^{0}+(-5)^{0}-9^{0}+(\sqrt{3}+1)^{0}$

$A=1+8+1-1+1$

$A=10$

A) 9　　B) 8　　C) 12

D) 10 (circled)　　E) –8

12 Calcula: $N=\dfrac{48.14^3.15^5}{30^2.35^3.6^4}$

Resolución:

Cada base en factores:

$$N=\frac{(2^4.3)(2.7)^3(3.5)^5}{(2.3.5)^2(5.7)^3(2.3)^4}\Rightarrow N=\frac{2^4.3.2^3.7^3.3^5.5^5}{2^2.3^2.5^2.5^3.7^3.2^4 3^4}$$

Por multiplicación y división de bases iguales:

$N=2^{4+3-2-4}.3^{1+5-2-4}.5^{5-2-3}.7^{3-3}$

$N=2.3^0.5^0.7^0$

$N=2.1.1.1\Rightarrow N=2$

A) 2 (circled)　　B) 8　　C) 12

D) 6　　E) –8

13 Halla: $A=\dfrac{ab^2a^3b^4a^5b^6a^7b^8}{2b^4}$; si $ab=1$.

Resolución:

En el numerador, por multiplicación de bases iguales:

$ab^2a^3b^4a^5b^6a^7b^8$

$=a^{1+3+5+7}b^{2+4+6+8}$

$=a^{16}b^{20}$

Entonces: $A=\dfrac{a^{16}b^{20}}{2b^4}$

Por división de bases iguales:

$A=\frac{1}{2}a^{16}b^{20}.b^{-4}$

$=\frac{1}{2}a^{16}b^{16}=\frac{1}{2}(ab)^{16}$

Reemplazamos $ab=1$:

$A=\frac{1}{2}(1)^{16}\Rightarrow A=\frac{1}{2}$

A) $\frac{1}{2}$ (circled)　　B) $\frac{1}{3}$　　C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{5}$　　E) $\frac{1}{6}$

14 Efectúa:

$$P=\frac{\left(\frac{b}{a}\right)^{-a}\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^{b}}{\left(\frac{b}{a}\right)^{-(a+2b)}}$$

Resolución:

Llevamos P a una misma base:

$$P=\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{a}\left(\frac{a}{b}\right)^{2b}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{a+2b}}$$

Por multiplicación de bases iguales:

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{a+2b}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{a+2b}}$$

Por división de bases iguales:

$P=\left(\frac{a}{b}\right)^{a+2b-a-2b}=\left(\frac{a}{b}\right)^{0}$

$\Rightarrow P=1$

A) 5　　B) 4　　C) 3

D) 2　　**E) 1** (circled)



Claves

1. A	3. A	5. C	7. C	9. C	11. D	13. A
2. A	4. E	6. E	8. C	10. C	12. A	14. E



Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- Al multiplicar $(-3x^5)$ por $-(-2x^3.x^2)$ resulta $-6x^{10}$. **V**
- Luego de reducir $(2a + 3a - 4a) \div (8a + 6a - 13a)$ se obtiene -1. **F**
- El resultado de: $a^{2a} + a^{3a}$ cuando $a^a = 2$ es la mitad de 24. **V**
- Luego de reducir $a^{-2^3}(a^3)^2 a^{(-2)^2}$ el exponente de **a** es 2. **V**

2. Efectúa la expresión:

$$R = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

Siguiendo un orden operativo, lo primero es convertir los exponentes negativos en positivos:

$R = 4^{\boxed{2}} + 2^{\boxed{3}}$

Luego la potencia resultante de cada sumando es como sigue:

$R = \boxed{16} + \boxed{8}$

Obteniéndose finalmente como respuesta:

$\therefore R = \boxed{24}$

Razonamiento y demostración

3. Demuestra que el resultado de operar en:

$$B = (y^{-2})^{2^{0^2}} . (y^{-1})^{2^{(-2)^2}} . y^{3^{2^{1^0}}} \quad \text{es: } y^{-9}$$

Demostración:

Tomamos de dos en dos los exponentes de arriba hacia abajo, se tiene:

$$B = (y^{-2})^{2^{0^2}} (y^{-1})^{2^{(-2)^2}} y^{3^{2^{1^0}}}$$

$$B = (y^{-2})^{2^{\boxed{0}}} (y^{-1})^{2^4} y^{3^{2^{\boxed{1}}}}$$

Igual que el paso anterior tomamos de dos en dos de arriba hacia abajo:

$$B = (y^{-2})^{\boxed{1}} (y^{-1})^{\boxed{16}} y^{3^{\boxed{2}}}$$

En los dos primeros factores usa la ley: potencia de potencia $(a^m)^n = a^{mn}$ mientras que en el último factor efectúa el exponente de y.

$$B = y^{-2\,.\,\boxed{1}}\, y^{-1\,.\,\boxed{16}}\, y^{\boxed{9}}$$

A bases iguales, sumamos exponentes:

$$B = y^{\boxed{-2}} y^{\boxed{-16}} y^{\boxed{9}} = y^{\boxed{-2} + \boxed{-16} + \boxed{9}}$$

$$\therefore B = \boxed{y^{-9}}$$

4. Reduce:

$$E = \frac{7^9 - 7.7^7}{7.7^5.7}$$

A) 42 B) 40 C) 36
D) 30 E) 56

5. Efectúa:

$$S = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} + 7^0$$

A) 12 B) 11 C) 14
D) 8 E) 13

6. Efectúa:

$$M = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$$

A) 52 B) 61 C) 62
D) 53 E) 71

7. Simplifica:

$$A = \left(\frac{1}{3^7}\right).3^6 + \frac{5}{3}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

8. Si $x^n = 3$, reduce: $x^{3n} - 100$

A) -71 B) -72 C) -73
D) -74 E) -75

9. Reduce:

$$Z = \frac{2^{2a+1} + 4^{a-1}}{2^{2a-2}}$$

A) 6 B) 3 C) 4
D) 8 E) 9

10. Sabemos que: $A = 9^{-2^{-1}}$ y $B = 81^{4^{-1}}$

Halla el valor de A . B

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Marca con un aspa las igualdades verdaderas:

- (✕) $\dfrac{5^8 + 5^5}{5^4.5} = 126$
- (✕) $\dfrac{3^{n+3} - 3(3^n)}{3(3^{n-1})} = 24$
- ( ) $\left(\dfrac{x + x + x + x + x}{x.x.x.x}\right)\left(\dfrac{x^4}{4x}\right) = 4$
- (✕) $2^{2^2} + (-1)^2 - (-3)^3 + (-1)^3 5^2 = 19$

12. Escribe: = o ≠ según corresponda:

I. $\dfrac{(x^2)^3.(x^3)^4}{(x^2)^5}$ $\boxed{\neq}$ $2^{\sqrt[3]{3}^{360}}$

II. $\sqrt{(-1)^2 - (-1)^3 + 3^0 - (-1)^5}$ $\boxed{=}$

$\dfrac{1}{2^{(2^2+1)-2(2+1)}}$

III. $16^{-2^{-1}} + \sqrt[6]{x}^{6} - \sqrt[5]{x}^{5}$ $\boxed{\neq}$ $3^{(-1)^{101}}$

Razonamiento y demostración

13. Calcula:

$$P = \frac{2^3.2^4.2^5}{(2^3)^4}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

14. Calcula:

$$Q = \frac{2^{16}.16^2}{8^8}$$

A) 1 B) 2 C) 4
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

15. Efectúa:

$$M = \frac{2^8.2^{10}.2^7}{(2^{12})^2}$$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

16. Luego de reducir:

$$\frac{\sqrt[n]{5^{n(n+3)}}}{5^3};\ n \in \mathbb{N}$$

Indica el exponente final de 5

A) 5^n B) 4^n C) 3^n
D) 2^n E) n

17. Calcula:

$$E = \frac{2^{n+1} + 2^{n+2}}{2^{n+3}}$$

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1
D) 2 E) $\frac{2}{3}$

18. Efectúa:

$$A = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + 2009^0$$

A) 25 B) 24 C) 53
D) 37 E) 41

NIVEL 3

Comunicación matemática

19. Subraya la proposición correcta:

a) En la resolución de $(5^6 2^4)^4 \div (5^3 2^2)^7$

- El exponente de cinco es tres.
- El exponente de dos es tres.

b) Al resolver:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}}$$

- La suma de cifras de la respuesta es tres.
- La suma de cifras de la respuesta es par.

c) Si: $E = 9^{-2^{-1}}$ y $M = 81^{4^{-1}}$

- El valor de E . M = 5
- El valor de E . M = 2012^0

20. Relaciona cada expresión con su respuesta.

- $(12)^4 3^6 6^7 4^6 2^7$
- Si: $m^m = 3$ Calcula: $2m^{2m}$
- $\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$
- $\frac{15^6 5^{-2}}{5^4 3^5}$

- 59
- 3
- 18
- $(3.2^2)^{1.7}$

Razonamiento y demostración

21. Si: $x^x = 5$

halla:

$T = x^{x+x^{1+x}}$

A) 5^7 B) 25^3 C) 25^4

D) 5 E) 1

22. Para $n \in \mathbb{N}$, simplifica:

$$\frac{3^{-n}+3^{-n+1}}{3^{-n+2}}$$

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{4}{9}$ C) 4

D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{3}{4}$

23. Efectúa:

$$W = \left\{x\left(x\left(xy^{-1}\right)^{-4}\right)^{-1}\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

A) xy B) y/x C) y^2/x^2

D) x^2/y^2 E) x/y

24. Al reducir:

$\sqrt[3]{a^9}\,.\sqrt{a\sqrt{a^2}}\,; a > 0$

Indica el exponente final de a.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25. Al multiplicar:

$$\left(\frac{x^3y^3}{-x^4y^2}\right)^3\cdot\left(\frac{x^3y}{-x^2.y^2}\right)^5$$

Se obtiene: $\left(\frac{y}{x}\right)^{-m}$

Determina el valor de m^{m+1}

A) 2 B) 8 C) 4 D) –3 E) –2

26. Calcula el producto de los dígitos del valor de la expresión:

$$I = \left[\frac{3^{-1}+3^{-3}}{3+3^3}\right]^{-1}$$

A) 49 B) 56 C) 36 D) 32 E) 81

27. Si: $x^{2n} + 4 = 29$; calcula: $x^n - 3$

A) 2 B) 3 C) 6 D) 4 E) 8

28. Simplifica:

$$E = \frac{5^{n+4}+5^{n+3}}{5^{n+3}+5^{n+2}}$$

A) 1 B) 4 C) 5 D) 8 E) 7

29. Simplifica:

$$\frac{64^{m+1}-8^{2m+1}}{64^{m+\frac{1}{2}}\div 8^2}$$

A) 209 B) 324 C) 294

D) 448 E) 298

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. A
5. E
6. B
7. B
8. C
9. E
10. E

NIVEL 2
11.
12.
13. A
14. A
15. B
16. E
17. A
18. C

NIVEL 3
19.
20.
21. B
22. B
23. C
24. D
25. B
26. E
27. A
28. C
29. D



Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: LEYES DE LA TEORÍA DE EXPONENTES II

1 Efectúa:

$$P = \left(\sqrt{27^{-\frac{1}{3}} + 36^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

Resolución:

$$P = \left(\sqrt{27^{-\frac{1}{3}} + 36^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

$$P = \left(\sqrt{\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{36}\right)^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

$$P = \left(\sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}\right)^{-1}$$

$$P = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{-1} = \sqrt{2}$$

A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$
D) 3 E) $\sqrt{2}$

2 Halla el valor de E:

$$E = \frac{\sqrt[\frac{4}{7}]{16}\,\sqrt[\frac{3}{4}]{27}}{\sqrt[\frac{3}{5}]{8}\,\sqrt[\frac{4}{3}]{81}}$$

Resolución:

$$E = \frac{\sqrt[\frac{4}{7}]{16}\,\sqrt[\frac{3}{4}]{27}}{\sqrt[\frac{3}{5}]{8}\,\sqrt[\frac{4}{3}]{81}}$$

$$E = \frac{16^{\frac{7}{4}}.27^{\frac{4}{3}}}{8^{\frac{5}{3}}.81^{\frac{3}{4}}}$$

$$E = \frac{\sqrt[4]{16^7}.\sqrt[3]{27^4}}{\sqrt[3]{8^5}.\sqrt[4]{81^3}}$$

$$E = \frac{2^7.3^4}{2^5.3^3} = 2^{7-5}.3^{4-3}$$

$$= 2^2.3 = 12$$

A) 6 B) 10 C) 12
D) 4 E) 16

3 Simplifica:

$$A = \sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{x}}}$$

Resolución:

$$A = \sqrt{x\sqrt[3]{x^2\sqrt[3]{x}}}$$

Por propiedad:

$$A = x^{\frac{(1\times3+2)3+1}{2\times3\times3}}$$

$$A = x^{\frac{16}{18}} = x^{\frac{8}{9}}$$

A) $x^{\frac{1}{9}}$ B) $x^{\frac{3}{4}}$ C) $x^{\frac{4}{3}}$
D) $x^{\frac{8}{9}}$ E) $x^{\frac{9}{8}}$

4 Calcula:

$$B = \sqrt[3]{54}\,.\,\sqrt[3]{128}\,.\,\sqrt[3]{250}$$

Resolución:

$$B = \sqrt[3]{54}\,.\,\sqrt[3]{128}\,.\,\sqrt[3]{250}$$

$$B = \sqrt[3]{27\times2}\ \sqrt[3]{64\times2}\ \sqrt[3]{125\times2}$$

$$B = 3\sqrt[3]{2}\times4\sqrt[3]{2}\times5\sqrt[3]{2}$$

$$B = 3\times4\times5\times\sqrt[3]{2}^{\,3} = 120$$

A) 80 B) 100 C) 104
D) 110 E) 120

5 Halla el exponente final de **a**:

$$E = \sqrt[\sqrt{a}^{-1}]{\left(a^{a^{-1}}\right)^{\sqrt{a}}}$$

Resolución:

$$E = \sqrt[\sqrt{a}^{-1}]{\left(a^{a^{-1}}\right)^{\sqrt{a}}}$$

$$E = \sqrt[\frac{1}{\sqrt{a}}]{\left(a^{\frac{1}{a}}\right)^{\sqrt{a}}}$$

$$E = \sqrt[\frac{1}{\sqrt{a}}]{a^{\frac{\sqrt{a}}{a}}} = a^{\frac{\frac{\sqrt{a}}{a}}{\frac{1}{\sqrt{a}}}} = a^{\frac{a}{a}} = a$$

A) –1 B) 3 C) 2
D) 0 E) 1

6 Reduce:

$$M = \sqrt{3}^{\sqrt{2}\sqrt{2}} + \sqrt{5}^{\sqrt{2}\sqrt{2}} - 8^0$$

Resolución:

$$M = \sqrt{3}^{\sqrt{2}\sqrt{2}} + \sqrt{5}^{\sqrt{2}\sqrt{2}} - 8^0$$

$$M = \sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2 - 1$$

$$M = 3 + 5 - 1 = 7$$

A) 6 B) 9 C) 10
D) m E) 7

7 Efectúa:

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{64}}}\ .\ \sqrt[4]{\sqrt[2]{1024}}$

Resolución:

$\sqrt{\sqrt{\sqrt{64}}}\,.\sqrt[4]{\sqrt[2]{1024}}$

$=\sqrt[8]{64}\ \sqrt[8]{1024}$

$=\sqrt[8]{2^6.2^{10}}=\sqrt[8]{2^{16}}=2^{\frac{16}{8}}=2^2=4$

(A) 4 B) 8 C) 2
D) 6 E) 16

8 Calcula P:

$P=\sqrt[\sqrt{5}]{x^{\sqrt{5}-1}\sqrt[\sqrt{5}]{x^{\sqrt{5}+1}}}\,.\sqrt[-5]{x}$

Resolución:

$P=\sqrt[\sqrt{5}]{x^{\sqrt{5}-1}\sqrt[\sqrt{5}]{x^{\sqrt{5}+1}}}\,.\sqrt[-5]{x}$

$P=x^{\frac{(\sqrt{5}-1)\sqrt{5}+\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}.\sqrt{5}}}\,x^{-\frac{1}{5}}$

$P=x^{\frac{5-\sqrt{5}+\sqrt{5}+1}{5}}\,x^{-\frac{1}{5}}=x^{\frac{6}{5}-\frac{1}{5}}=x$

(A) x B) x^3 C) 1
D) 0 E) x^2

9 Calcula:

$V=\frac{1}{\sqrt{16}}\left(\frac{\sqrt{27}+\sqrt{75}}{\sqrt{300}+\sqrt{192}+\sqrt{48}}\right)$

Resolución:

$V=\frac{1}{\sqrt{16}}\left(\frac{\sqrt{27}+\sqrt{75}}{\sqrt{300}+\sqrt{192}+\sqrt{48}}\right)$

$V=\frac{1}{4}\left(\frac{3\sqrt{3}+5\sqrt{3}}{10\sqrt{3}+8\sqrt{3}+4\sqrt{3}}\right)$

$V=\frac{1}{4}\left(\frac{8\sqrt{3}}{22\sqrt{3}}\right)=\frac{1}{11}$

A) 9 (B) 1/11 C) 11
D) 1/9 E) 3

10 Efectúa:

$K=\sqrt{\sqrt[3]{x}}\,.\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}\,.\sqrt[4]{\sqrt[5]{x}}\,.\sqrt[5]{\sqrt[6]{x}}\,.\sqrt[3]{x^2}$

Resolución:

$K=\sqrt{\sqrt[3]{x}}\,.\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}\,.\sqrt[4]{\sqrt[5]{x}}\,.\sqrt[5]{\sqrt[6]{x}}\,.\sqrt[3]{x^2}$

$K=\sqrt[6]{x}\,.\sqrt[12]{x}\,.\sqrt[20]{x}\,.\sqrt[30]{x}\,.x^{\frac{2}{3}}$

$K=x^{\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{2}{3}}$

$K=x^{\frac{10+5+3+2+40}{60}}=x^{\frac{60}{60}}=x\qquad\therefore K=x$

(A) x B) x^2 C) x^{-1}
D) x^{-2} E) x^3

11 (UNT - 1984 - B)

Calcula el valor de: $\left(\frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}{\sqrt[3]{2}\,\sqrt[5]{2}}\right)^{\frac{3}{5}}$

Resolución:

$\left(\frac{2^{\frac{1}{8}}}{2^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{5}}}\right)^{\frac{3}{5}}=2^{\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{3}{5}}=2^{-\frac{49}{200}}$

A) $2^{\frac{29}{50}}$ B) $2^{-\frac{113}{40}}$ C) 1
D) 2 (E) $2^{-\frac{49}{200}}$

12 Resuelve:

$\sqrt[4]{\frac{\sqrt[5]{8}\ \sqrt[3]{64}}{2\ \sqrt[3]{2\sqrt{16}}}}$

Resolución:

$\sqrt[4]{\frac{\sqrt[5]{8}\,.\,4}{2\sqrt[3]{2}\,.\,4}}=\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$

(A) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$ B) $\sqrt[4]{\frac{1}{3}}$ C) $\sqrt[4]{\frac{1}{4}}$
D) $\sqrt[4]{\frac{1}{5}}$ E) $\sqrt[4]{\frac{1}{6}}$

13 Calcula:

$\left(\sqrt{3\sqrt[4]{27\sqrt[3]{81}}}\right)^{\frac{24}{25}}$

Resolución:

$\left(\sqrt{3\sqrt[4]{3^3\,3^{\frac{4}{3}}}}\right)^{\frac{24}{25}}=\left(\sqrt{3.3^{\frac{13}{12}}}\right)^{\frac{24}{25}}=3$

A) 0,5 B) 1 C) 2
D) 1,5 (E) 3

14 Reduce:

$\sqrt[m]{\frac{9^m+19^m}{45^m+95^m}}$

Resolución:

$\sqrt{\frac{9^m+19^m}{5^m.9^m+5^m.19^m}}=\sqrt[m]{\frac{1}{5^m}\cdot\left(\frac{9^m+19^m}{9^m+19^m}\right)}=\frac{1}{5}$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{7}$



Claves

1. E	3. D	5. E	7. A	9. B	11. E	13. E
2. C	4. E	6. E	8. A	10. A	12. A	14. C

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Escribe = o ≠ según estimas conveniente:

I. $\dfrac{\sqrt{8}+\sqrt{32}}{\sqrt{18}}$ ☐ $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}\,.\sqrt[12]{128}$

II. $\sqrt{25^{2^{-1}}+11}$ ☐ $\sqrt{8}+\sqrt{32}+\sqrt{128}+\sqrt{50}-\sqrt{18}$

III. $\sqrt[a-b]{4^a}$ ☐ $\sqrt[a-b]{4^b}$

Razonamiento y demostración

2. Efectúa:

$$T=\frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}}{\sqrt{8}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

3. Calcula:

$$U=\frac{\sqrt{20}+\sqrt{45}+\sqrt{500}}{\sqrt{20}-\sqrt{5}}$$

A) 10 B) 8 C) 20
D) 4 E) 15

4. Calcula:

$$D=\frac{\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$$

A) 8 B) 7 C) 9
D) 5 E) 4

5. Calcula:

$$I=\frac{\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{125}+\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{1}}$$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

6. Efectúa:

$$S=\sqrt{8}+\sqrt{32}+\sqrt{50}-\sqrt{18}$$

A) $6\sqrt{2}$ B) $9\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) 9 E) $8\sqrt{2}$

7. Calcula:

$$A=(\sqrt{12}+\sqrt{27}+\sqrt{48})\div\sqrt{3}$$

A) 6 B) 9 C) 8
D) 12 E) 11

8. Efectúa:

$$L=(\sqrt{500}-\sqrt{20}+\sqrt{45})\div\sqrt{5}$$

A) 11 B) 9 C) 10
D) 8 E) 7

NIVEL 2

Comunicación matemática

9. Dada la expresión:

$$\sqrt[a]{1+\sqrt{49}}+\sqrt[a]{19+\sqrt{64}}$$

Marca con una "X" si es verdadero (V) o falso (F) según las condiciones dadas.

I. Si el índice: a = 2, el resultado final es:
$2\sqrt{2}+3\sqrt{3}$ [X] V ☐ F

II. Si el índice: a = 3, el resultado final es:
1 ☐ V [X] F

10. De la siguiente expresión:

$$\left(\sqrt[a]{\frac{128}{2}}+\sqrt[b]{\frac{48}{3}}\right)^2$$

Marca si es verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si los índices a = 3 y b = 4, entonces obtenemos: 36 [X] V ☐ F

II. Si los índices: a = 6 y b = 4, entonces obtenemos: 17 ☐ V [X] F

Razonamiento y demostración

11. Efectúa:

$$M=\left(\sqrt[3]{\frac{32}{4}}+\sqrt{\frac{50}{2}}\right)^2$$

A) 64 B) 36 C) 49
D) 4 E) 9

12. Calcula:

$$E=\sqrt{5+\sqrt{16}}+\sqrt{9-\sqrt{25}}$$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 5 E) 4

13. Efectúa:

$$S=\sqrt{49^{2^{-1}}-27^{3^{-1}}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

14. Calcula:

$$S=\left(\sqrt{\frac{1000}{10}}-\sqrt[3]{\frac{40}{5}}\right)^2$$

A) 49 B) 81 C) 64
D) 4 E) 9

15. Calcula:

$$A=\sqrt[3]{3+\sqrt{25}}+\sqrt{1+\sqrt{64}}$$

A) 6 B) 7 C) 9
D) 5 E) 4

16. Calcula:

$$L=\sqrt[4]{6+\sqrt{100}}+\sqrt[3]{\sqrt{400}+7}$$

A) 6 B) 5 C) 7
D) 8 E) 9

17. Calcula:

$$R=\left(\sqrt{\frac{27}{3}}+\sqrt{\frac{40}{10}}+\sqrt[3]{\frac{56}{7}}\right)^2$$

A) 36 B) 49 C) 64
D) 100 E) 81

NIVEL 3

Comunicación matemática

18. Si:

$$N=\sqrt{\sqrt{81}+\sqrt{49}}+\sqrt[3]{\sqrt{144}+\sqrt{225}}$$

$$S=\sqrt[3]{\sqrt{1+3\sqrt{25}}+\sqrt{6+5\sqrt{4}}}$$

Luego, calcula $\frac{N}{S}$.

Escribe en los recuadros los valores correspondientes para hallar la solución:

Primero, resolvemos la expresión N:

$$N=\sqrt{\sqrt{9^2}+\sqrt{7^2}}+\sqrt[3]{\sqrt{\boxed{12}^2}+\sqrt{\boxed{15}^2}}$$

$$N=\sqrt{\boxed{9}+\boxed{7}}+\sqrt{\boxed{12}+\boxed{15}}$$

$$N=\sqrt{\boxed{4}^2}+\sqrt[3]{\boxed{3}^3}$$

$$N=\boxed{4}+\boxed{3}$$

$$N=\boxed{7}$$

Luego, resolvemos la expresión S:

$$S=\sqrt[3]{\sqrt{1+3\sqrt{5^2}}+\sqrt{6+5\sqrt{\boxed{2}^2}}}$$

$$S = \sqrt[3]{\sqrt{1 + 3.\boxed{5}} + \sqrt{6 + 5.\boxed{2}}}$$

$$S = \sqrt[3]{\sqrt{\boxed{4}^2} + \sqrt{\boxed{4}^2}}$$

$$S = \sqrt[3]{\boxed{2}^3}$$

$$S = \boxed{2}$$

Nos piden:

$$\frac{N}{S} = \frac{\boxed{7}}{\boxed{2}} \quad \therefore \; \frac{N}{S} = \frac{7}{2}$$

19. Si: $x = 3^{\frac{1}{7}}$ marca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

$$\sqrt{16^{2^{-1}} + 9^{2^{-1}} + 16^{4^{-1}}} = \sqrt[30]{x}\;\sqrt[30]{x^2}\;\sqrt[30]{x^3}\ldots\sqrt[30]{x^{20}}$$

¿ $\boxed{\text{V}}$ (tachado) o $\boxed{\text{F}}$?

Razonamiento y demostración

20. Calcula:

$$E = \frac{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$$

A) 3 B) 5 C) 8
D) 6 E) 7

21. Efectúa:

$$R = \left(\sqrt[3]{\frac{54}{2}} - \sqrt[3]{\frac{24}{3}}\right)^6$$

A) 68 B) 64 C) 1
D) 8 E) 729

22. Reduce:

$$\sqrt[5]{3^2\;\sqrt[3]{3^4}}\;.\;\sqrt[15]{3^{20}}$$

A) 3 B) 9 C) 27
D) 3^{12} E) 3^{20}

23. Calcula el exponente final de x:

$$\sqrt{x^3 . \sqrt[4]{x^{-2} . \sqrt{x^4}}}$$

A) 2 B) 5/3 C) 3
D) 2/3 E) 2/7

24. Efectúa:

$$V = \sqrt[11]{a}\,.\sqrt[11]{a^2}\,.\sqrt[11]{a^3}\ldots\sqrt[11]{a^{10}}$$

A) a^{10} B) a C) a^2
D) a^{20} E) a^5

25. Halla el exponente final de x:

$$P = \frac{\sqrt[3]{\overbrace{\sqrt[4]{x^3}\;\sqrt[4]{x^3}\ldots\sqrt[4]{x^3}}^{40\text{ veces}}}}{\sqrt[3]{\underbrace{\sqrt{x}\;\sqrt{x}\ldots\sqrt{x}}_{30\text{ veces}}}}$$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 11 E) 5

26. Calcula:

$$\sqrt[3]{27^{3^{-1}} + 5} + \sqrt{4^{2^{-1}} + 7}$$

A) 6 B) 7 C) 5
D) 8 E) 4

27. Reduce la expresión:

$$V = \frac{\sqrt{x^3 . \sqrt{x^3}}}{\sqrt[3]{x^2 . \sqrt[3]{x^2}}}$$

A) $x\sqrt[36]{x^{13}}$ B) $x\sqrt[36]{x^{10}}$ C) $x\sqrt[36]{x^{15}}$
D) x^2 E) x

Claves

NIVEL 1	7. B	13. B	19.	26. C
1.	8. A	14. C	20. B	27. A
2. A	NIVEL 2	15. D	21. C	
3. E	9.	16. B	22. B	
4. B	10.	17. B	23. D	
5. A	11. C	NIVEL 3	24. E	
6. E	12. D	18.	25. E	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: ECUACIONES TRASCENDENTES

1 Si: $m^{2X-3} = m^7$, calcula: $x^2 + x + 1$

Resolución:
Dato: $m^{2x-3} = m^7$
Igualamos exponentes:
$2x - 3 = 7 \Rightarrow x = 5$
Nos piden:
$x^2 + x + 1 = 5^2 \quad 5 + 1 = 31$

A) 29 B) 30 C) 31
D) 33 E) 35

2 Halla n.
$5^{n-4} = 25$

Resolución:
$5^{n-4} = 5^2$
$\Rightarrow n - 4 = 2 \Rightarrow n = 6$

A) 7 B) 6 C) 8
D) 9 E) 12

3 Halla x.
$a^{2x-1} = (a^3)^5$

Resolución:
$a^{2x-1} = a^{15}$
Entonces: $2x - 1 = 15 \Rightarrow x = 8$

A) 6 B) 9 C) 8
D) 10 E) 11

4 Calcula x.
$5^{x+7} = 125$

Resolución:
$5^{x+7} = 125$
$5^{x+7} = 5^3$
Entonces: $x + 7 = 3 \Rightarrow x = -4$

A) –3 B) 3 C) 5
D) –5 E) –4

5 Calcula n.
$b^{3n-3} = (b^7)^3$

Resolución:
$b^{3n-3} = (b^7)^3$
Entonces: $3n - 3 = 21 \Rightarrow n = 8$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

6 Halla el valor de x en:
$2^{3^{3x-4}} = 512$

Resolución:
$2^{3^{3x-4}} = 512$
$2^{3^{3x-4}} = (2^3)^3$
$2^{3^{3x-4}} = 2^{3^2}$
Entonces: $3^{3x-4} = 3^2$
Entonces: $3x - 4 = 2 \quad \therefore \quad x = 2$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

7 Calcula x.

$A^{2^{x-8}} = A^{8^{x-6}}$

Resolución:

$2^{x-8} = 8^{x-6} = (2^3)^{x-6}$

$\Rightarrow x - 8 = 3x - 18$

$10 = 2x$

$\therefore x = 5$

A) 6 B) 7 C) 5
D) 4 E) 9

8 Halla n.

$27^{n+10} = 81^{n-10}$

Resolución:

$(3^3)^{n+10} = (3^4)^{n-10}$

$\Rightarrow 3n + 30 = 4n - 40$

$\therefore n = 70$

A) 80 B) 50 C) 60
D) 70 E) 90

9 Resuelve:

$a^{5^{3x-8}} = a^{625}$

Resolución:

$5^{3x-8} = 625 = 5^4$

$\Rightarrow 3x - 8 = 4$

$3x = 12$

$\therefore x = 4$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 4

10 Halla n.

Si: $\left(b^{n^2}\right)^7 = b^{112}$

Resolución:

$\left(b^{n^2}\right)^7 = b^{112}$

$b^{7n^2} = b^{112}$

$\Rightarrow 7n^2 = 112$

$n^2 = 16$

$\therefore n = 4$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

11 Halla: x

$2^{x^x} = 16$

Resolución:

$2^{x^x} = 2^4 = 2^{2^2}$

$\therefore x = 2$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 7 E) 8

12 Si $(x + 3)^{x+3} = 27$, calcula x.

Resolución:

$(x + 3)^{x+3} = 27$

$(x + 3)^{x+3} = 3^3$

Entonces $x + 3 = 3 \Rightarrow x = 0$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

13 Si $m^2m^3 = 32$, halla: m^6

Resolución:

Dato:

$m^2m^3 = 32 \Rightarrow m^5 = 2^5$

$m = 2$

Nos piden:

$m^6 = 2^6 = 64$

A) 2 B) 4 C) 16
D) 32 E) 64

14 Resuelve:

$x^{15} = (343)^5$

Resolución:

$x^{15} = (7^3)^5 = 7^{15} \Rightarrow x = 7$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9



Claves

1. C	3. C	5. C	7. C	9. E	11. B	13. E
2. B	4. E	6. C	8. D	10. B	12. A	14. D

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona las ecuaciones exponenciales con sus soluciones:

- $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x+3} = 5^{2x+3}$
- $x^{(x+1)^x} = 512$
- $a^{3^{x-1}} = a^{9^{x-3}}$
- $\left(b^{3^x}\right)^4 = b^{108}$

- 5
- 3
- 2
- $-\frac{3}{2}$

2. Relaciona las ecuaciones exponenciales con sus soluciones:

- $5^{x-10} = 5^{2x-14}$
- $(x-2)^{(x-2)} = 9^9$
- $(2x+8)^{18} = 24^{18}$
- $a^{3x-4} = a^{2x+8}$
- $(3x+7)^{3x+7} = 25^{25}$

- Analogía
- Bases iguales
- Exponentes iguales

Razonamiento y demostración

3. Halla x.

$A^{7^{2x-9}} = A^{343}$

A) 5 B) 4 C) 6
D) 7 E) 8

4. Calcula x.

$a^x \,.\, a^x \,.\, a^x = a^{2x+5}$

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{5}{3}$
D) 1 E) 5

5. Calcula n.

$b^{2n} \,.\, b^{n+1} = b^{19}$

A) 6 B) 5 C) 7
D) 8 E) 9

6. Halla x.

$$\frac{b^6 \,.\, b^x}{b^3} = \left(b^5\right)^3$$

A) 12 B) 10 C) 14
D) 15 E) 18

7. Halla x.

$$\frac{a^{2x} \,.\, a^{x+4}}{a^{x+2}} = a^{20}$$

A) 8 B) 9 C) 10 D) 7 E) 11

8. Halla n.

$$\frac{a^{7n} \,.\, a^{5n} \,.\, a^8}{a^{3n} \,.\, a^5} = a^{39}$$

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

9. Halla: n

$$\frac{2^{3^2} .2^n}{2^{4^2}} = 2$$

A) 1 B) 2 C) 8 D) 16 E) 10

NIVEL 2

Comunicación matemática

10. Emily, Sandra y Estela resolvieron los ejercicios de ecuaciones exponenciales dejadas en clase. Relaciona el tipo de ejercicio con su respectiva solución realizada por las alumnas.

- $x^x = \sqrt[4]{0,5}$
- $\frac{21^{3x+5}}{7^{x+15}} = 3^{x+15}$
- $3^{3^x} = 27^{9^{x-5}}$
- $9^{x+1}27^{x-1} = 81^{x+3}$
- $x^{x^{-x}} = \sqrt{2} - {}^{x-\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}\sqrt{8}$

- Emily: x = 9
- Sandra: $x = 2^{-4}$
- Estela: x = 13

Razonamiento y demostración

11. Calcula x.

$$\frac{a^{5x+8}}{a^3} = a^{20} \,.\, a^{15}$$

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 10

12. Calcula x.

$$\frac{b^{8x}}{b^x} = \left(b^{14}\right)^2$$

A) 4 B) 3 C) 5 D) 2 E) 6

13. Halla y.

$A^{6y+10} . A^{2-4y} = \left[\left(A^{2}\right)^{3}\right]^{4}$

A) 6 B) 5 C) 7
D) 8 E) 10

14. Resuelve:

$3125^{x-2} = 625^{x+1}$

A) 13 B) 12 C) 14
D) 11 E) 15

15. Resuelve la ecuación:

$\left(16^{x}\right)^{3} = \left(\left(8^{2}\right)^{4}\right)^{3}$

A) 5 B) 8 C) 9
D) 4 E) 6

16. Halla x en:

$\left(2^{2^{x+2}}\right)^{2^{x-4}} = 2^{16}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

17. Resuelve:

$81^{3^{2x}} = 27^{4^{2x}}$

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{8}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

18. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales para x:

$7^{5x+1} = 49^{x-10}$ D

$8^{4^{2x}} = 16^{3^{2x}}$ E

$(x^{2})^{x}(x^{x})^{23} = (x^{5})^{4}(x^{3})^{2}(x^{1})^{-1}$ D

$3^{x}\, 9^{x+1}\, 27^{x+2} = 3^{2x-1}\, 9^{2x-3}\, 27^{2x-5}$ E

$3^{27^{x+3}} = 27^{9^{x+3}}$ K

$2^{16^{x-2}} = 4^{4^{x-1}}$ I

$3^{3^{5x}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}}$ N

$(x+2)^{x+2} = 256$ D

Según la representación de las letras con los resultados forma el apellido de un famoso matemático alemán.

D	O	K	D	E	N	I
1	$-\frac{1}{2}$	-2	2	5	-1	$\frac{7}{2}$

E	D	M
$\frac{1}{2}$	-7	0

Razonamiento y demostración

19. Calcula n.

$27^{2n-1} = 81^{2n+1}$

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{7}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$
D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

20. Halla x.

$\left(\sqrt{2}\,x\right)^{x} = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}$

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}-1$ C) $\sqrt{2}^{\sqrt{2}-1}$
D) $\sqrt{2}^{\sqrt{2}+1}$ E) $\sqrt[4]{2}$

21. Resuelve:

$4^{8^{3+2x}} = 2^{2^{7x-1}}$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

22. Halla a en:

$\left(5^{8^{a}}\right)^{4^{-a}} = 5^{16^{60}}$

A) 210 B) 240 C) 200
D) 180 E) 120

23. Resuelve:

$16^{32^{x-2}} = 2^{2^{x+2}}$

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{3}$

Claves

NIVEL 1	6. A	11. D	17. B	22. B
1.	7. B	12. A	NIVEL 3	23. B
2.	8. A	13. A	18.	
3. C	9. C	14. C	19. B	
4. E	NIVEL 2	15. E	20. C	
5. A	10.	16. C	21. C	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: EXPRESIONES ALGEBRAICAS - MONOMIOS

1 El siguiente monomio

$T(x) = \sqrt[a^a]{x^{a^a}}\sqrt[a]{x^{a^a}}$ tiene como grado 3.

Determina el valor numérico de:

$R(x) = x^{a+3}$; cuando $x = 2$.

Resolución:

$T(x) = x.x^{a^{a-1}} = x^{1+a^{a-1}} = x^3 \Rightarrow 1 + a^{a-1} = 3 \Rightarrow a^{a-1} = 2$

$a^{a-1} = 2^{2-1} \Rightarrow a = 2$

Luego: $R(x) = x^{2+3} = x^5 \Rightarrow R(2) = 2^5 = 32$

A) 31 B) 32 (circled) C) 33
D) 34 E) 35

2 Determina el valor numérico de la expresión:

$$J = \left(\frac{x^{a+1}}{x^a}\right)^2 \frac{\left(\left(x^a\right)^{10}\right)^{\frac{1}{2}}.x^3}{\left(x^5.x^{\frac{2}{a}}\right)^a}$$

Cuando: $x = 3$

Resolución:

Reducimos la expresión:

$$J = \frac{\left(x^{a+1-a}\right)^2 x^{\frac{10a}{2}} x^3}{x^{5a}x^2} = \frac{x^2x^{5a}x^3}{x^{5a}x^2} = x^3 \Rightarrow J = 3^3 = 27$$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 27 (circled)

3 Si el monomio:

$M(x) = 8\sqrt{2}\,x^{4-3a}$ es de grado 19.

Halla: a

Resolución:

$4 - 3a = 19$

$-3a = 19 - 4 = 15$

$\therefore\ a = -5$

A) –4 B) –3 C) –2
D) –5 (circled) E) –6

4 Halla el grado absoluto del monomio:

$$M(x) = \frac{x^{\frac{1}{b}}}{x^{\frac{1}{a}}}$$

Si se cumple: $a - b = 8 \wedge ab = 4$

Resolución:

$M(x) = x^{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$

$GA(M) = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a-b}{ab} = \frac{8}{4} = 2$

A) 1 B) 2 (circled) C) 4
D) 0 E) 6

5 Halla **n** si Q es de segundo grado:

$$Q(x) = \frac{x^{\frac{n-2}{3}} \cdot x^{\frac{n}{7}}}{x^{\frac{n+1}{12}}}$$

Resolución:

$GA(Q) = x^{\frac{n-2}{3} + \frac{n}{7} - \frac{n+1}{12}}$

Por dato, Q(x) es de segundo grado:

$\frac{n-2}{3} + \frac{n}{7} - \frac{n+1}{12} = 2$

Desarrollamos la expresión: $n = 7$

A) 7 (circled) B) 6 C) 8
D) 5 E) 9

6 Halla **a**, si el grado absoluto del monomio es 6:

$$M(x; y; w; z) = \frac{x^{\frac{2a-2}{4}} z^{\frac{2a+3}{3}}}{y^{\frac{2a}{5}} w^{\frac{37}{10}}}$$

Resolución:

$GA(M) = \frac{2a-2}{4} + \frac{2a+3}{3} - \frac{2a}{5} - \frac{37}{10} = 6$

Desarrollamos la expresión tenemos: $a = 12$

A) 24 B) 10 C) 14
D) 12 (circled) E) 8

7 Halla ($p + q + r$) si el monomio:

$M(x; y; z) = 15x^{p+2q+2r}y^{2p+3q+3r}z^{3p+q+r}$

es de grado absoluto 180.

Resolución:

Dato: GA(M) = 180

Entonces:

$p+2q+2r+2p+3q+3r+3p+q+r = 180$

$6p + 6q + 6r = 180$

$p + q + r = 30$

A) 20 B) 40 C) 50
D) 30 (circled) E) 10

8 Si el monomio: $M(x) = 4\sqrt{5}\,x^{a+20}$ es de grado 24, halla a.

Resolución:

$M(x) = 4\sqrt{5}\,x^{a+20}$

Dato: M es de grado 24

Entonces: $a + 20 = 24 \Rightarrow a = 4$

A) 2 B) 3 C) 4 (circled)
D) 5 E) 6

9 Halla el grado del siguiente monomio:

$M(x; y) = \sqrt[4]{x^{12}}\,.\,\sqrt[3]{y^9}$

Resolución:

$M(x; y) = \sqrt[4]{x^{12}}\,.\,\sqrt[3]{y^9}$

$M(x; y) = x^{\frac{12}{4}}y^{\frac{9}{3}} = x^3y^3$

Entonces M es de grado 6.

A) 3 B) 6 (circled) C) 12
D) 18 E) 16

10 Hallar **a** si la expresión es de octavo grado.

$M = \dfrac{[(x^{a-2})^3 \,.\, x^{2a-3}]^2 \,.\, x^{10}}{[(x^a)^2 . x^4]^2}$

Resolución:

M es de octavo grado:

$M = \dfrac{(x^{3a-6+2a-3})^2 \,.\, x^{10}}{(x^{2a} \,.\, x^4)^2}$

$M = \dfrac{x^{10a-18+10}}{x^{4a+8}}$

$M = x^{10a-8-4a-8} = x^{6a-16}$

Entonces: $6a - 16 = 8$

$a = 4$

A) 6 B) 4 (circled) C) 2
D) 8 E) 5

11 Reduce:

$P = \sqrt{4(x-1) + x(1-y) + xy + 8 - 5x}$

Resolución:

$P = \sqrt{4x - 4 + x - xy + xy + 8 - 5x}$

$P = \sqrt{4} \Rightarrow P = 2$

A) 3 B) 6 C) 5
D) 7 E) 2 (circled)

12 Calcula:

$S = \sqrt[5]{5(x+5) + 3(x-3) - 8(x-1) + 8}$

Resolución:

$S = \sqrt[5]{5x + 25 + 3x - 9 - 8x + 8 + 8}$

$S = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5}$

$S = 2$

A) 2 (circled) B) 1 C) 3
D) 5 E) 6

13 Halla el valor de P.

$P = -x^2 + 2x^2 - 3x^2 + 4x^2 - ... + 80x^2$

Resolución:

$P = x^2(-1 + 2 - 3 + 4 - ... + 80)$

$P = x^2(-1 - 3 - 5 - ... - 79 + 2 + 4 + 6 + ... + 80)$

$P = x^2(-1600 + 1640)$

$P = 40x^2$

A) $30x^2$ B) $60x^2$ C) $120x^2$
D) $40x^2$ (circled) E) $28x^2$

14 Efectúa:

$M = \dfrac{3(a+b) + 4(a-b) - 7(a-b)}{b + 2b + 3b}$

Resolución:

$M = \dfrac{3a + 3b + 4a - 4b - 7a + 7b}{6b}$

$M = \dfrac{6b}{6b} = 1 \qquad \therefore\ M = 1$

A) 0 B) 2 C) $\frac{a}{b}$
D) 1 (circled) E) b

Claves

1. B	3. D	5. A	7. D	9. B	11. E	13. D
2. E	4. B	6. D	8. C	10. B	12. A	14. D

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- Al operar: $\underbrace{x + x + ... + x}_{x \text{ veces}}$ se obtiene: x^3 **F**
- Luego de reducir:
  $R = \dfrac{3b - (b + a - (2b + a))}{-4a + 4a + 4b}$ obtenemos 1. **V**
- Al efectuar:
  $2x(x + 1) - x(2x - 1)$ obtenemos: $4x$. **F**

2. Efectúa la expresión:

$\dfrac{GA(P) + GR(y)}{GR(x) + GR(z)}$

de: $P(x; y; z) = 17x^5y^4z^3$

Veamos:
Los grados absolutos de "x"; "y"; "z" del monomio son:

- $GR(x) =$ **5** ; $GR(y) =$ **4** ; $GR(z) =$ **3**
  El grado absoluto también es igual a:
  $GA(P) = GR(x) + GR(y) + GR(z)$
  $=$ **5** $+$ **4** $+$ **3**
- $GA(P) =$ **12**

Reemplazamos los grados en la expresión solicitada tenemos:

$\dfrac{GA(P) + GA(y)}{GR(x) + GR(z)} = \dfrac{12 + 4}{5 + 3} = \dfrac{16}{8} = 2$

Razonamiento y demostración

3. Calcula:
$E = (x + 6)(x + 4) - (x + 8)(x + 2)$

A) 6 B) 2 C) 1 D) 5 E) 8

4. Efectúa:
$S = x(3x + 6) - 3(x^2 + x)$

A) 2x B) 3x C) 4x D) 0 E) x

5. Calcula:
$R = \underbrace{(5 + 5 + 5 + ... + 5)}_{10 \text{ veces}} + \underbrace{(4 + 4 + 4 + ... + 4)}_{8 \text{ veces}}$

A) 56 B) 64 C) 72 D) 70 E) 82

6. Efectúa:
$A = \underbrace{(3 . 3 . 3 . 3 . ... . 3)}_{20 \text{ veces}} - \underbrace{(9 . 9 . 9 . 9 . ... . 9)}_{10 \text{ veces}}$

A) 3^8 B) 9^{20} C) 3^{12} D) 0 E) 9^{14}

7. Calcula:
$S = 9 + 3(3y - 1) + 4(4y - 1) + 2(2y - 1)$

A) 29 B) 29y C) 0 D) –29 E) –20

8. Efectúa:

$N = \dfrac{2x + [x - (x + y)]}{2x - y}$

A) 0 B) 1 C) $\dfrac{x}{y}$ D) $\dfrac{y}{x}$ E) 2

9. Demuestra que el resultado de efectuar la expresión:
$Z = 2x(x^3 + 1) - x^4(2 - x) - 2x$ es x^5.

Resolución de problemas

10. Si el monomio:
$M(x; y) = (n^3 - 27)x^{3n + 2} . y^{8 - n}$,
posee un coeficiente igual a 98. Calcula GA (M) + GR (y).

A) 22 B) 25 C) 20 D) 23 E) 24

11. En el siguiente monomio P(x; y), el grado relativo respecto a **x**, es 4 y el grado relativo respecto a **y** es 4.
$P(x; y) = 23x^ay^{b + 1}$

Calcula: $\sqrt{a^2 + b^2}$

A) 11 B) 13 C) 4 D) 5 E) 7

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Marca con un aspa las igualdades verdaderas:

- $(x + 3)(x + 2) - (x + 4)(x + 1) = 2$ ☒
- $(x + 3)(x^2 - 3x + 9) - x^3 = 28$ ☐
- $(a + 2)(a^2 - 2a + 4) - (a^3 - 3) = 11$ ☒

13. Escribe = o ≠ según corresponda:

$(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$ **≠** $(x^3 - 10)$

$((6 + 6 + 6 + 6 + 6)$ **≠** $(2 . 2 . 2 . 2 . 2))$

$\underbrace{(7 . 7 . 7 ... 7)}_{15 \text{ veces}}{}^4$ **=** $\underbrace{(49 . 49 ... 49)}_{30 \text{ veces}}$

$6(a - 1) + 5(a - 1)$ **=** $11(a - 1)$

Razonamiento y demostración

14. Efectúa:
$R = \underbrace{(3a + 3a + 3a + ... + 3a)}_{40 \text{ términos}} - \underbrace{(a + a + ... + a)}_{110 \text{ términos}}$

A) 12a B) 14a C) 5a D) 10a E) 8a

15. Calcula: $\sqrt{S}+1$

$S=4(3a+2)+3(2a+1)+5(6a-3)+48(1-a)+5$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 8

16. Reduce:

$$M=\underbrace{\left(\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+...+\frac{x}{3}\right)}_{24\ \text{veces}}+\sqrt[3]{8x^3}$$

A) 0 B) 10x C) 9x
D) 12x E) 15x

17. Demuestra que el resultado de operar la expresión:

$$B=\left(\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{3x}{2}\right)+\left(\frac{12x}{11}+\frac{21x}{11}\right)\ \text{es: } 5x$$

Resolución de problemas

18. Dados los monomios de varibles x; y:

$A=3x^2y^3$

$B=7xy^2$

$C=2x^2y^3$

Realiza con ellos las siguientes operaciones $A-C$; $3A-2C$; $\frac{A}{B}$, y da como resultado el mayor grado absoluto.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

19. Halla el valor numérico de los polinomios dando un valor positivo y otro negativo a las variables:

a) $Z(x;y)=2x^2y^3$
b) $T(x)=-5x^3$

¿Cómo son los resultados que se obtienen?

NIVEL 3

Comunicación matemática

20. Relaciona cada expresión con su respuesta:

- $\sqrt{2(a+b)+3(a-b)+4(a+b)-9a-3b}$
- $(x+6)(x+1)-(x+4)(x+2)-x$
- Si: $R(x;y)=3x^3y^b$
  $Q(x;y)=10x^{a+1}y^4$
  Son términos semejantes
  $\Rightarrow$ a + b es:

- 1
- 2
- 6
- –2
- 3
- 0

21. Con los siguientes datos completa la tabla si para cada caso $GR(x)=14$ y $GR(y)=8$

Expresión algebraica	m + n
$P(x;y)=3x^{8n-2}y^{m-4}$	14
$Q(x;y)=\sqrt{2}\,x^{\sqrt{25}n-6}y^{2m+2}$	7
$T(x;y)=-7x^{\frac{1}{2}n+5}y^{\sqrt[3]{8}m-4}$	24

22. Relaciona cada monomio con su coeficiente:

- $P(x;y)=-\sqrt{2}\,xy^2+2\sqrt{2}\,xy^4$
- $Q(x)=\sqrt{a}\,x^5-2\sqrt{a}\,x^5+4\sqrt{a}\,x^5$
- $R(x;z)=\frac{\sqrt{7}}{4}xz^3+\frac{\sqrt{7}}{2}xz^3-\frac{\sqrt{28}}{2}xz^3$

- $-\frac{\sqrt{7}}{4}$
- 4
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{2}$
- $3\sqrt{a}$

Razonamiento y demostración

23. De la expresión de tercer grado, calcula el valor de "a":

$$T(x)=\sqrt[7]{\frac{x^{2a-1}\sqrt[9]{x^{4a}}}{\sqrt[4]{x^{2a+1}}}}$$

A) $\frac{801}{70}$ B) $\frac{800}{7}$ C) 1
D) 0 E) $\frac{70}{801}$

24. Determina el valor de "a" si el monomio

$T(x)=\sqrt[5]{\frac{x^{a-2}\sqrt[4]{x^{9a}}}{\sqrt{x^{3a}}}}$ es de primer grado.

A) 4 B) 5 C) 100
D) 0 E) 1

25. Cuánto es el grado relativo de "y" en el monomio:

$$T(x;y;z)=\frac{x^{3p+1}y^{2p+7}z^{p^p-3}}{x^{3-4p}y^{2p+3}z^{r^r-1}}$$

Si el grado relativo a "z" es 2012.

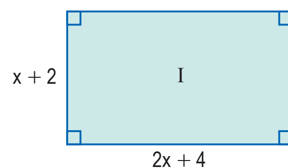
A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

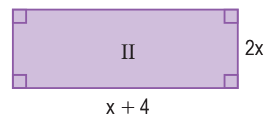
Resolución de problemas

26. Escribe dos monomios de tercer grado y verifica que se cumpla la propiedad distributiva:

$(A(x)+7B(x)).B(x)\equiv A(x)B(x)+7B(x)B(x)$

27. ¿En cuánto excede el área del rectángulo (I) al área del rectángulo (II)?





A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 2

28. El grado absoluto de M(x; y; z) es 100

$$M(x;y;z)=\frac{\left(\left(xz\right)^{a^a}\right)^{b^b}\left(\left(yz\right)^{b}\right)^{5}}{\left(\left(yz\right)^{b^b}\right)^{a^a}\left(\left(xz\right)^{5}\right)^{a}}$$

Halla el grado relativo respecto a z.

A) 20 B) 30 C) 40
D) 50 E) 60

29. Determina: a + b + c si el grado absoluto del monomio es 91.

$A(x;y;z)=31x^{a+4b+3c}y^{3a+2b+2c}z^{3a+b+2c}$

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

30. Determina "m" en el polinomio:

$M(x)=7x$. Si. $M(M(m))=343$

A) 0 B) 1 C) 7
D) 3 E) 4



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. E
4. B
5. E
6. D
7. B
8. B
9.
10. D
11. D

NIVEL 2
12.
13.
14. D
15. E
16. B
17.
18. A
19.

NIVEL 3
20.
21.
22.
23. A
24. A
25. A
26.
27. C
28. D
29. C
30. C

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: POLINOMIOS

1 Si: $P(x+3) = x$
Halla: $P(4) + P(5)$

Resolución:

$P(x+3) = x = (x+3) - 3$
$\Rightarrow P(x) = x - 3$
$\therefore\ P(4) + P(5) = 1 + 2 = 3$

A) –3 B) 2 C) –5
D) 3 E) 9

2 Sea $P(x) = x^a + x^2 + x + 1$ un polinomio de tercer grado.
Calcula: $P(2)$

Resolución:

$P(x) = x^a + x^2 + x + 1$
$P(x)$ es de tercer grado: $a = 3$
Nos piden: $P(2)$
$x = 2 \Rightarrow P(2) = 2^3 + 2^2 + 2 + 1 = 15$

A) 9 B) 4 C) 6
D) 5 E) 15

3 Sea el polinomio: $P(x) = x^3 + ax + b$, si la suma de coeficientes es 10 y su término independiente es 4. Halla: ab

Resolución:

$P(1) = 1 + a + b$
$10 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = 9$
Término independiente: $b = 4$
$\Rightarrow a = 5$
$\therefore ab = 20$

A) 20 B) 30 C) 40
D) 50 E) 60

4 Sea el polinomio: $P(x) = (3x-1)^n + 5x + 1$, donde la suma de coeficientes es 70.
Halla: $n + 2$

Resolución:

Dato:
$\underbrace{\Sigma\text{coeficientes}}_{P(1)} = 70$
$\Rightarrow (3(1)-1)^n + 5(1) + 1 = 70$
$2^n + 6 = 70$
$2^n = 64 \Rightarrow n = 6$
$\therefore n + 2 = 8$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 10

5 Si el polinomio $P(x)$ es tal que:
$2P(x-1) + P(2x-1) = 3x + P(x+1) + P(x-2)$
Además su término independiente es 18; halla la suma de coeficientes.

Resolución:

Si $x = 2$, entonces:
$2P(1) + P(3) = 6 + P(3) + P(0)$
$2P(1) = 6 + P(0)$
$2P(1) = 6 + 18 = 24$
$\therefore P(1) = 12$

A) 12 B) 10 C) 16
D) 8 E) 14

6 Si: $P(x) = 2x + 4 \ \wedge\ P(F(x)) = 8x + 10$
Halla: $F(9)$

Resolución:

$P(x) = 2x = 4$
$P(F(x)) = 2(F(x)) + 4 = 8x + 10$
$F(x) = 4x + 3$
Nos piden:
$F(9) = 4(9) + 3 = 39$

A) 30 B) 39 C) 36
D) 28 E) 30

7 Sea: $P(x) = 2x + 1$

Halla: $P(P(x))$

Resolución:

$P(x) = 2x + 1$

Hacemos: $x \to P(x)$

$P(P(x)) = 2P(x) + 1$

Reemplazamos:

$P(P(x)) = 2(2x + 1) + 1 = 4x + 3$

A) $2x + 3$ B) $5x + 1$ (C) $4x + 3$

D) $5x + 7$ E) $3x - 1$

8 Si: $P(x) = x^{a-4} + x^{2a-3} - x^{2a-4}$

Calcula: GA(P)

Resolución:

Si: $P(x) = x^{a-4} + x^{2a-3} - x^{2a-4}$

$\therefore GA(P) = 2a - 3$

A) $a - 4$ (B) $2a - 3$ C) $2a - 4$

D) $2a + 5$ E) $3a - 1$

9 Si: $P(x) = 8x^8 - 7x^6 + 10x^{12} - 7$

Calcula: GA(P)

Resolución:

$GA(P) = 12$

A) 8   B) 6   (C) 12

D) 13   E) 10

10 Calcula mn, si en el polinomio

$R(x; y) = 5x^{m+1}y^{n-2} + 4x^{m+3}y^{n-3} - 6x^{m+1}y^{n-1}$

el grado relativo a **x** es 5 y el grado relativo **y** es 8

Resolución:

Evaluamos los exponentes de cada variable; entonces:

$GR(x) = m + 3 = 5 = m = 2$

$GR(y) = n - 1 = 8 \Rightarrow n = 9$

Nos piden: $m.n = 2 . 9 = 18$

A) 5   B) 7   (C) 18

D) 12   E) 11

11 Si: $M(x) = (3x^5 + 8)(4x^{2a} - 4) + x^2 - 6$

Calcular: GA(M)

Resolución:

No necesitamos operar, por propiedad de grado absoluto, concluimos:

$GA(M) = 5 + 2a$

A) $a - 4$ B) $2a - 3$ C) $2a - 4$

(D) $2a + 5$ E) $2a - 1$

12 En el siguiente polinomio:

$M(x) = (x - 3)(x + 3)(x^2 - 4)$

El términos independiente es:

Resolución:

$M(0) = (0 - 3)(0 + 3)(0^2 - 4)$

$M(0) = 36$

A) 13   B) -13 (C) 36

D) 28   E) 2

13 En el siguiente polinimio hallar la suma de coeficientes:

$R(x) = (2x + 3)(4 - x) + 2x^2$

Resolución:

$R(1) = (2 + 3)(4 - 1) + 2(1)^2$

$R(1) = 5 . 3 + 2 \Rightarrow R(1) = 17$

(A) 17   B) 12   C) 13

D) 25   E) 5

14 Al efectuar:

$(x + 2)(x + 3)(x + 4)$

Uno de sus términos es:

Resolución:

Desarrollamos la expresión:

$(x + 2)(x + 3)(x + 4)$

$= (x^2 + 5x + 6)(x + 4)$

$= x^3 + 4x^2 + 5x^2 + 20x + 6x + 24$

$= x^3 + 9x^2 + 26x + 24$

Uno de los términos es: $26x$

A) $8x^2$ (B) $26x$ C) $9x^3$

D) $24x$ E) 1



Claves

1. D	3. A	5. A	7. C	9. C	11. D	13. A
2. E	4. D	6. B	8. B	10. C	12. C	14. B

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Subraya la proposición correcta:

a) Del siguiente polinomio:

$P(x; y) = 5^4x^{18}y - 4^5x^2y^{12}$

- El grado del polinomio es 19.
- El grado relativo respecto a x es 2.
- El grado relativo respecto a y es 1.

b) Dado el polinomio:

$P(x; y) = x^{a-2}y^{2a+7}x^{2-a}y^{4a+1}$

Si: $GR(y) = 9$

- El valor de "a" es un número negativo.
- El valor de "a" es un número impar.
- El valor de "a" es un número par e igual a dos.

c) Se tiene: $F(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$

- El valor de: $F(1) + F(2)$ es 13.
- El valor de: $F(2) + F(3)$ es 44.
- El valor de: $F(4) - F(3)$ es 1.

2. Relaciona cada proposición con su respuesta:

Sea $P(x) = 8x^8 - 7x^6 + 10x^{12} - 7$
GA(P) es:

Dado: $P(x) = x^2 + x - 1$
P(3) es:

Dado:
$P(x) = (x^m + 3)(x^m + 1)(x^m + 2)$
Grado de $P(x) = 24 \Rightarrow$ m es:

11
6
10
8
–11
–7
12

Razonamiento y demostración

3. Muestra que: $F(F(4)) = 32$ a partir de:
$F(x) = 3x - 1$

4. Dado: $P(x + 1) = 2x + 1$

Halla: P(5)

A) 9 B) 7 C) 10 D) 6 E) 4

5. Siendo: $F(x) = 2x + 1$

$P(x) = 3x - 2$

Calcula: F(P(4))

A) 23 B) 21 C) 24 D) 26 E) 27

6. Halla el grado del siguiente monomio:

$P(x; y) = \frac{4}{7}x^{6m+10}y^{3-6m}$

A) 10m B) 6 C) 3 D) 16 E) 13

7. Calcula **a**, si $GR(x) = 4$ en:

$M(x; y) = 5x^a + x^{a+3}y^6 + 6x^ay^8$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Si: $P(x; y) = 2x^9y - 7x^2y^9 + x^8y^3$

Calcula: $GR(x) + GR(y)$

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

9. Si: $F(x) = 5(x - 1) + 1$

Calcular: F(F(2))

A) 28 B) 26 C) 32 D) 36 E) 21

10. Si: $F(x) = \frac{4x + 8}{7}$

Calcula: $S = \sqrt{F(5) - 4}$

A) 5 B) 3 C) 1 D) 2 E) 0

Resolución de problemas

11. Si el coeficiente principal de A(x) es 5, calcula su término independiente.
$P(x) = x^2 + (a + 3)x^3 + 2x + a$

A) 2 B) 4 C) 0 D) 1 E) 3

12. Si $P(x) = x^2 + x - a^2$

Además: $P(a) = 3$

Calcula el término independiente de P.

A) 1 B) 3 C) 9 D) 2 E) –9

13. Dados los polinomios:

$P(x; y) = 2x^{a-1}y^{b-1} + 3x^{b-1}y^a + 7x^{a+2}y^{b-1}$

$Q(x; y) = 5x^{a+2}y^{1-b} + 7x^{2-b}y^a + 6x^{a-1}y^{2-b}$

Si el grado absoluto de **P** es 10 y el grado absoluto de **Q** es 6, halla a^b.

A) 216 B) 316 C) 108 D) 96 E) 128

14. Si: $P(x; y) = \sqrt{3}\,x^ay^b - \frac{\sqrt{7}}{7}x^{a+5}y^7 + y^{b+7}$

Donde $GR(x) = 5$, calcula: a

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Emily, Lucio y Estela resolvieron los siguientes ejercicios. Identifica el tipo de ejercicio con su respectiva respuesta.

Ejercicio 1:
$A(x) = x^2 + 2x^2 + 3x^2 + ... + 10x^2$
$\Sigma coef.(A) = ?$

Ejercicio 2:
$P(x; y) = -x^{a-2}y^{10-a} + 13x^{a-8}y^{10-a}$
El GA(P) = ?

Ejercicio 3:
$Q(x) = \frac{x^7.x^4}{x^5.x^5} + \frac{x^6.x^3}{x^4.x^4}$
Q(5) = ?

Ejercicio 4:
Si $F(x) = x^2 + 2x - 3x + x^2 + 3$
Determina: $R = \sqrt{F(-2) - 4}$

Ejercicio 5:
Si $P(x; y) = 7x^2 + 3xy - 7x^2$
Calcula: P(–2; 3)

Emily — Rpta.: –18
Lucía — Rpta.: 8
Estela — Rpta.: 3

Razonamiento y demostración

16. Demuestra que la suma de los grados relativos respecto a **x** e **y** del polinomio:
$P(x; y) = x^7y^3 + x^8y^2 - x^5y^5$
P(x; y) es 13.

17. Calcula el término indepediente del siguiente polinomio:
$Y(a) = (2a + 7)(a - 5) - 2(a^2 - 20)$

A) 5 B) 7 C) 9
D) 8 E) 3

18. Calcula GA(K) en:
$K(x) = (x^9 + 3)(x^5 - x + 1) - x^2(x + 2)$

A) 10 B) 5 C) 20
D) 9 E) 14

19. Calcula la suma de coeficientes en:
$M(n) = n(n + 1)(n + 2) - n^3 + 2n^2$

A) 8 B) 5 C) 10
D) 3 E) 7

20. Calcula el grado absoluto del siguiente polinomio:
$E(x) = (x^2 - 2)^{12} + (x^2 + x^4 + 2)$

A) 40 B) 24 C) 30
D) 25 E) 10

21. Si: $P(y) = y^{2a+3} - y^{a+1} + y^{2a+2}$
Donde GR(y) = 7, halla a

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

Resolución de problemas

22. Determina el valor de a^2 en el polinomio:
$P(x) = 9x^{a+8} + 2x^{2a+9} - 3x^{a+5} + 4x$
Si sabemos que es de grado 7.

A) 9 B) 2 C) 1
D) 3 E) 4

23. Si se cumple que P(x) + Q(x) = R(x)
donde: $P(x) = 7x^2 - 8x + 4$
$R(x) = 10x^2 - 2x + 5$
calcula la suma de coeficientes de Q(x)

A) 8 B) 15 C) 12
D) 9 E) 10

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda al resolver:

- $F(1 - x^{-1}) = 4x^2 - 2x - 5$
  Para F(3) = –4 **F**
- Dado: $F(x) = 2(x^2 - x) + x - 1$
  Para: F(F(–1)) se obtiene 5. **V**
- Del polinomio
  $P(x, y) = x^{m-2}y^{5-m} + x^{m-3}y^{9-m}$
  Si:
  $GR(x) - GR(y) = -3 \Rightarrow m = 4$ **V**

Razonamiento y demostración

25. Sea P(x) un polinomio:
$P(x - 2) = (2x - 1)^{10} - (7x - 11)^{10} + 3x + 1$
Halla el término independiente.

A) 7 B) 8 C) 12
D) 13 E) 14

26. Dado:
$P(x) = x(ax + 2c) + bx^2 - c$
si la suma de coeficientes es cero, determina: $ab + bc + b^2$.

A) 1 B) –1 C) 3
D) 0 E) 2

27. Sea $P(x) = ax^2 + bx + c;\ c \neq 0$
Además: P(1) = 0

Calcula: $\frac{a + b}{c}$

A) 1 B) –1 C) 2
D) –2 E) 3

Resolución de problemas

28. Cuál será el valor de **m** en el polinomio:
$P(2x - 1) = (5x - 1)^m + (2x + 1)^m - 2x + 1$
Si la suma de coeficientes y el término independiente de P(x) suman:
$24 + \left(\frac{3}{2}\right)^m + 2^m$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

29. Dado el polinomio:
$F(z + 2) = z^2 - 5z + m$
Si el término independiente es 6; calcula la suma de coeficientes.

A) –2 B) –1 C) 0
D) 1 E) 2

30. Dados los polinomios:
$P = 2x^2 - 5x + 1;\ R = -x^2 - 2 + 6xy$
$T = -4 + 6x^2 - 5x$
Realiza las siguientes operaciones:
3R – 2P; 3T – 2R; T + R – P



Claves

NIVEL 1: 1. 2. 3. 4. A 5. B 6. E 7. A 8. D 9. B 10. E 11. A 12. E 13. A 14. A
NIVEL 2: 15. 16. 17. A 18. E 19. E 20. B 21. A 22. C 23. E
NIVEL 3: 24. 25. A 26. D 27. B 28. B 29. A 30.

MARATÓN Matemática

Si $x^x = 3$, determina:

$$E = \frac{x^{3x + x^{x+1}}}{x^{2x}}$$

Resolución:

Desarrollando:

$$E = \frac{x^{3x} \cdot x^{x^{x+1}}}{x^{2x}} = \frac{(x^x)^3 \cdot (x^x)^{x^x}}{(x^x)^2}$$

Reemplazamos $x^x = 3$, en E:

$$E = \frac{3^3 \cdot 3^3}{3^2} = \frac{3^6}{3^2} = 3^4$$

$\therefore E = 81$



1. Desarrolla y determina los valores de x.

I. $\underbrace{3^x \cdot 3^x \ldots 3^x}_{\text{12 veces}} = 9^{12} \Rightarrow 3^{\square} = 3^{\square}$ $x = \square$
II. $m^{2x-7} = m^3 \Rightarrow 2x - 7 = 3 \Rightarrow x = \square$
III. $\sqrt{\frac{a\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} = a^{x^{-1}} \Rightarrow a^{\square} = a^{\square} \Rightarrow x = \square$
IV. $2^{-x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2^{\square}} = \frac{1}{2^{\square}} \Rightarrow x = \square$

2. Determina M.

$$M = \frac{x^4}{x^3} - x^7 \cdot x^3 + \frac{x^{18}}{x^8}$$

A) $2x$ B) x^3 C) x^2
D) x E) $\frac{x}{2}$

3. Halla el área del cuadrado de lado $(x - 4)$.

A) $x^2 - 16$ B) $x^2 - 4x - 16$
C) $x^2 + 4x + 16$ D) $x^2 - 8x + 16$
E) $x^2 + 8x + 16$

4. Efectúa e indica uno de los términos de:

$(x - 3)(x - 7)(2x + 5)$

A) $8x$ B) $-15x^2$ C) $2x^2$
D) $25x$ E) 50

5. Si: Los siguientes términos de los polinomios P y Q son semejantes, determina: a + b

$P(x; y) \equiv 7xy^3$; $Q(x; y) \equiv 3x^{a-4}y^{b+1}$

A) 4 B) 6 C) 7
D) 3 E) 10

6. Indica el valor de GA(P) + GR(x)

$P(x; y) = 7x^8y^7 + 2y^8x^{10} - 3x^3y^{12}$

A) 30 B) 28 C) 15
D) 18 E) 12

7. Determina el valor de x en:

$\sqrt[x]{2^{17-x}} = \sqrt{32^3}$

A) 1 B) 5 C) 4
D) 7 E) 2

8. Encuentra el valor de m:

$3^{18} = m^m$

A) 3 B) 18 C) 9
D) 6 E) 81

9. Encuentra un polinomio de grado 3 que sea divisible entre $(x^2 + 1)$, y cuya suma de coeficientes sea nulo, además, $P(-2) = 15$.

A) $x^3 - 3x^2 + 3x - 6$ B) $3x^3 - x^2 + 3x - 9$
C) $x^3 - 3x^2 + 6x - 3$ D) $3x^3 - 3x^2 + 3x - 3$
E) $x^3 + 5x^2 + x + 9$

10. Calcula el valor de a, si el siguiente monomio es de grado 30.

$$N(x; y; z) = \frac{3x^{10+a}y^{a-1}}{w^3z^{\frac{a}{2}-6}}$$

A) 5 B) 8 C) 12
D) 10 E) 20

11. Dado el siguiente polinomio $P(x) = x^2 - x + b$, determina el valor de b, si: $P(3) = 12$

A) 3 B) 6 C) 8
D) 12 E) 4

12. Dado el polinomio $Q(x) = 7x - 5$. Si $Q(P(x)) = 12x + 2$, halla el valor numérico de $P(-7)$.

A) -53 B) -82 C) -1
D) -11 E) 4

13. Si: $f(x + 4) = ax + b$; $f(-1) = -32$ y $f(2) = -11$

Determina a – b.

A) 5 B) 10 C) 4
D) -4 E) -2



Unidad 2



RECUERDA

DIOFANTO DE ALEJANDRÍA

Matemático griego. Cronológicamente se le sitúa en la segunda mitad del siglo II d. C. Sus escritos contribuyeron de forma notable al perfeccionamiento de la notación algebraica y al desarrollo de los conocimientos del álgebra de su época. Mediante artificios de cálculo supo dar soluciones particulares a numerosos problemas, y estableció las bases para un posterior desarrollo de importantes cuestiones matemáticas.

Perteneció a la escuela alejandrina, nació hacia el 250 y murió a los ochenta y cuatro años.

Por su originalidad y sus aportaciones, Diofanto fue llamado por los historiadores el padre de los algebristas modernos. En una época de decadencia y de pura exégesis, como era el siglo en que vivió, su obra constituye una notabilísima excepción. Generalmente se le atribuye la introducción del cálculo algebraico en las matemáticas. Según parece, inició el empleo sistemático de símbolos para indicar potencias, igualdades o números negativos.

De la obra de Diofanto se conserva los seis primeros libros y un fragmento del séptimo de un tratado titulado *Aritmética*, integrado originariamente por trece. Los libros conservados contienen un tratado sobre las ecuaciones y sobre sistemas de ecuaciones determinadas e indeterminadas, en el que se busca, de modo sistemático, la solución en números racionales.

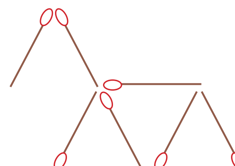
Reflexiona

- *Solo puedes volverte un profesional consumado en algo que te fascine. No hagas del dinero tu meta. Mejor haz las cosas que te encantan, y hazlas tan bien que no dejes de llamar la atención.*
- *Ten el valor de seguir tu pasión, y si no sabes cuál es, comprende que una razón de tu existencia en la Tierra es descubrirla.*
- *El trabajo de tu vida consiste en encontrar el trabajo de tu vida, y luego tener la disciplina, la tenacidad y la dedicación necesarias para ejercerlo.*

¡Razona...!

¿Cuántos palitos debes de mover como mínimo para que el caballito mire al lado opuesto?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 1



Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: PRODUCTOS NOTABLES

1 Efectúa:
$M = (x + 1)^3 + (x - 1)^3 - (2x^3 - x)$

Resolución:
$M = (x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) - 2x^3 + x$
$M = 7x$

A) 10x B) 12x C) 6x
D) 6 E) 7x

2 Reduce:
$G = (x - 5)^2 - (x - 7)(x + 2) + 9 + 5x$

Resolución:
$G = x^2 - 10x + 25 - (x^2 - 5x - 14) + 9 + 5x$
$G = x^2 - 10x + 25 - x^2 + 5x + 14 + 9 + 5x$
$G = 48$

A) 45 B) 48 C) 47
D) 46 E) 49

3 Efectúa:
$N = (x + 2)^2 - (x + 1)^2 - 3$

Resolución:
$N = (x + 2)^2 - (x + 1)^2 - 3$
$N = x^2 + 4x + 4 - x^2 - 2x - 1 - 3$
$N = 2x$

A) 0 B) 2x C) 3x
D) x E) 5

4 Efectúa:
$$\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{2xy}$$

Resolución:
$$\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{2xy}$$

Por identidad de Legendre en el numerador:
$$\frac{4xy}{2xy} = 2$$

A) 3 B) x C) 2
D) xy E) 6

5 Efectúa:
$A = (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1) + 1$

Resolución:
$A = (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1) + 1$
$A = (x^2 - 1)(x^2 + 1) + 1$
$A = x^4 - 1 + 1$
$A = x^4$

A) x^2 B) x^4 C) x^3
D) x^8 E) 0

6 Si: $x + y = 5$; $xy = 3$
Halla: $x^3 + y^3$

Resolución:
Datos: $x + y = 5 \quad \wedge \quad xy = 3$
Piden: $x^3 + y^3$

Aplicamos identidad de Cauchy:
$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$
$5^3 = x^3 + y^3 + 3(3)(5)$
$\Rightarrow x^3 + y^3 = 80$

A) 125 B) 100 C) 80
D) 50 E) 25

7 Efectúa:

$E = (a + 4)(a^2 - 4a + 16) - 2^6$

Resolución:

$E = (a^3 + 4^3) - 2^6$

$E = a^3 + 64 - 64 \Rightarrow E = a^3$

A) a^3 B) a^2 C) 0
D) a^6 E) 2

8 Efectúa:

$A = (x + 4)^2 - (x - 2)^2 - 12x$

Resolución:

$A = (x + 4)^2 - (x - 2)^2 - 12x$

$A = x^2 + 8x + 16 - x^2 + 4x - 4 - 12x$

$A = 12$

A) 12 B) 8 C) 6
D) 5 E) 4

9 Efectúa:

$A = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2$

Resolución:

$A = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2$

Aplicamos Legendre:

$A = 4 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 4$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 12 E) 8

10 Calcula N:

$N = \sqrt[6]{(x^6 + 1)(x^6 - 1) + 1}$

Resolución:

$N = \sqrt[6]{(x^6 + 1)(x^6 - 1) + 1}$

$N = \sqrt[6]{x^{12} - 1 + 1}$

$N = \sqrt[6]{x^{12}} \Rightarrow N = x^2$

A) x^2 B) x C) 0
D) 1 E) $-x$

11 Efectúa:

$M = (2x + 5)(2x + 3) - 4x^2 - 15$

Resolución:

$M = (2x)^2 + 2x(5 + 3) + 5 \cdot 3 - 4x^2 - 15$

$M = 4x^2 + 16x + 15 - 4x^2 - 15$

$M = 16x$

A) 8 B) 8x C) 7x
D) 16x E) 10

12 Si: $a^3 - b^3 = 28$ y $a - b = 4$

Calcula: ab

Resolución:

Dato: $a^3 - b^3 = 28 \wedge a - b = 4$

Por identidad de Cauchy:

$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

$4^3 = 28 - 3ab(4)$

$36 = -12ab \Rightarrow ab = -3$

A) -2 B) -3 C) -4
D) 3 E) 2

13 Halla P:

$P = (x + 1)(x^2 - x + 1) - x^3$

Resolución:

$P = \underbrace{(x + 1)(x^2 - x + 1)}_{\text{Suma de cubos}} - x^3$

$P = x^3 + 1 - x^3$

$P = 1$

A) 0 B) 2x C) $-2x$
D) 2 E) 1

14 Efectúa:

$P = (\sqrt{3} + 2)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2 - 2\sqrt{3}$

Resolución:

$P = (\sqrt{3}^2 + 4\sqrt{3} + 4) + (\sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} + 1) - 2\sqrt{3}$

$P = 11$

A) 11 B) 10 C) 12
D) 9 E) 8



Claves

1. E	3. B	5. B	7. A	9. C	11. D	13. E
2. B	4. C	6. C	8. A	10. A	12. B	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona cada proposición con su respuesta.

A. Si: $x = \sqrt{3} + 1$
Calcula: $x^2 - 2x + 1$

B. Si: $x - y = 2 \wedge xy = 3$
Halla: $x^2 + y^2$

C. Efectúa:
$(2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2) + 27b^3$

- $7a^3$
- $8a^2$
- 3
- -3
- 10
- 11
- $8a^3$

2. Coloca los signos matemáticos adecuados de tal manera que se cumplan las siguientes identidades:

$(a - b)^3 = a^3 \boxed{-} 3a^2b \boxed{+} 3ab^2 \boxed{-} b^3$

$(x - a)(x - b) = x^2 \boxed{-} (a \boxed{+} b)x \boxed{+} ab$

$(a \boxed{+} b)(a - b) = a^2 \boxed{-} b^2$

$(a \boxed{-} b)(a^2 \boxed{+} ab \boxed{+} b^2) = a^3 - b^3$

Razonamiento y demostración

3. Calcula: $Z = (x + 2)^2 + (x + 3)^2 - 2x(x + 5)$

A) 11 B) 9 C) 16
D) 14 E) 13

4. Efectúa: $M = (x + 5)^2 + (x - 4)^2 - 2x(x + 1)$

A) 51 B) 43 C) 31
D) 41 E) 37

5. Efectúa: $M = [(x + 2y)^2 - x^2 - 4y^2] \div xy$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 8

6. Si: $a + b = 7 \wedge a^2 - b^2 = 42$
Calcula: $a - b$

A) 3 B) 5 C) 6
D) 7 E) 9

7. Efectúa:

$$K = \frac{a^2 - 16}{a + 4} + \frac{a^2 - 4}{a + 2}$$

A) 0 B) $a - 8$ C) $2a - 6$
D) $2a - 8$ E) $3a - 6$

8. Efectúa: $A = (a - 1)(a^2 + a + 1) - a^3$

A) $-a$ B) -1 C) $2a$
D) -2 E) $-2a$

9. Efectúa:
$R = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - 8$

A) $2x$ B) x^3 C) $2x - 3$
D) $2x + 3$ E) x^2

Resolución de problemas

10. Reduce:

$$\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab}$$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

11. La expresión: $a^8 - b^8$ se puede escribir como:

A) $(a^2 + b^2)^2(a^2 - b^2)^2$
B) $(a - b)^8$
C) $(a^4 + b^4)(a^4 - b^4)$
D) $(a^5 + b^5)(a^3 - b^3)$
E) $(a - b)(a^7 + b^7)$

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Marca la igualdad correcta:

A) $(a - b)^3 = (b - a)^3$
B) $(a - 1)^3 = a^3 - 3a + 1$
C) $(a + 9)(a - 9) = a^2 - 80$
~~D)~~ $(a + 3)^2 + (a - 3)^2 = 2a^2 + 18$
E) $(x + 2)(x - 3) = x^2 + x + 6$

13. Marca con un aspa las igualdades verdaderas:

$(c + 1)^3 - (c - 1)^3 = 2(1 + 3c^2)$	X
$(x^3 + b^b)(x^3 - a^a) = x^6 + (b^b - a^a)x^3 + a^a \cdot b^b$	
$(a + b)(a - b) = a^2 + b^2$	
$(x^2 + y^2)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$	
$(x + y + 3)(x + y - 3) = x^2 + y^2 + 2xy - 9$	X

Razonamiento y demostración

14. Efectúa:
$(x + 2)^2 - (x + 2)(x - 2) - 4x$

A) 6 B) 4 C) 8
D) 10 E) 12

15. Efectúa:
$(a + b)^2 - (a + b)(a - b) - 2b^2$

A) $2ab$ B) ab C) $3ab$
D) $-ab$ E) $-2ab$

16. Efectúa:
$(x+2)(x+6)-(x+4)^2$

A) –10 B) –2 C) –4 D) –6 E) –8

17. Reduce:
$M=(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2$

A) 10 B) 13 C) 20 D) 18 E) 36

18. Efectúa:
$Q=\sqrt[8]{(a^4+2)(a^4-2)+4}$

A) 1 B) a^4 C) a^2 D) 0 E) a

19. Efectúa:
$M=[(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})]^2$

A) 64 B) 81 C) 25 D) 36 E) 49

20. Si: $a-b=4$; $ab=2$; halla: a^3-b^3

A) 64 B) 76 C) 88 D) 100 E) 52

21. Efectúa:
$A=(x-3)(x^2+3x+9)-(x^3-30)$

A) 2 B) 1 C) 6 D) 0 E) 3

Resolución de problemas

22. Si: $x=(a+b)^4$;
$y=(a-b)^4$;
$z=a^2+b^2$
Calcula: ab

A) $\frac{x-y}{4}$ B) $\frac{x-y}{8}$ C) $\frac{x-y}{8z}$
D) $\frac{x}{y}$ E) x^2+y^2

23. Calcula: $E=(\sqrt{2}+1)^3-5\sqrt{2}$

A) 8 B) 9 C) 10 D) 6 E) 7

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Determina la operación efectuada correctamente.
A) $(x-7)(x-3)=x^2-10x-21$
B) $(x+a^a)(x-b^b)=x^2+(a^a-b^b)x-a^ab^b$
C) $(a+2)^2+(a-2)^2=(a^2+4)$
D) $(a^2+3^2)(x^2+2^2)=(ax+6)^2+(2a+3x)^2$
E) $(a+2)^3-(a-2)^3=4(4+3a^3)$

25. Ordena los productos notables según su número de términos algebraicos dados en el segundo miembro, de menor a mayor.
A) $(a+b)^2\equiv a^2+2ab+b^2$
B) $(a+b+c)^2\equiv a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$
C) $(a-b)^3\equiv a^3-b^3-3ab(a-b)$
D) $a^2-b^2\equiv(a+b)(a-b)$
E) $(a+b)^2-(a-b)^2\equiv 4ab$

Razonamiento y demostración

26. Efectúa:
$A=(\sqrt{5}+3)^2+(4-\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}$

A) 32 B) 36 C) 34 D) 29 E) 35

27. Efectúa:
$A=(2x+3)^2+(3x+1)^2-13x(x+1)-10$

A) 5x B) 4x C) 16 D) 8x E) 8

28. Efectúa:
$R=(\sqrt{5}+1)^2-(2-\sqrt{5})^2+3$

A) $6\sqrt{5}$ B) 4 C) 0 D) $4\sqrt{5}$ E) 10

29. Efectúa:
$A=(a^2-5b^3)^2+10a^2b^3-25b^6$

A) $2a^4$ B) a^4 C) 8 D) 0 E) 1

30. Efectúa:
$R=(x^8+3)(x^8-3)-(x^{16}-10)$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 0 E) 1

31. Efectúa:
$A=(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

A) $2x^6-1$ B) x^6 C) x^6+1 D) x^6-1 E) 4

Resolución de problemas

32. Desarrolla:
$Z=(m+n)^2(n+p-m)(m+p-n)+(m-n)^2(m+n+p)(m+n-p)$

A) mnp B) $m^2n^2p^2$ C) $2mnp^2$
D) $\frac{1}{4}mnp^2$ E) $4mnp^2$

33. Simplifica: $E=(x^2+x+1)(x^2-x+1)-x^2(x^2+1)$

A) – 2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

Claves

NIVEL 1	8. B	14. C	21. E	27. A
1.	9. B	15. A	22. C	28. A
2.	10. E	16. C	23. E	29. B
3. E	11. C	17. C	NIVEL 3	30. E
4. D	NIVEL 2	18. E	24. B	31. D
5. D	12. D	19. E	25.	32. E
6. C	13.	20. C	26. E	33. D
7. C				

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: DIVISIÓN DE POLINOMIOS

1 Calcula la suma de coeficientes del cociente que resulta de dividir.

$$\frac{x^3 + 5x^2 + 10x + 10}{x^2 + 2x + 1}$$

Resolución:

Por Horner:

1	1	5	10	10
−2		−2	−1	
−1			−6	−3
	1	3	3	7

(1, 3: cociente)

$\therefore$ Σ de coef. del cociente = 3 + 1 = 4

A) 7 B) −3 **C) 4**
D) −4 E) 0

2 Calcula el resto en la división:

$$\frac{a^4 - a^2 - 2a - 1}{a^2 + a + 1}$$

Resolución:

Por Horner:

1	1	0	−1	−2	−1
−1		−1	−1		
−1			1	1	
				1	1
	1	−1	−1	0	0

(0, 0: resto)

$\therefore$ Resto = 0

A) −2 B) −1 **C) 0**
D) 1 E) 2

3 Halla **P** si la división, es exacta.

$$\frac{4x^2 - 5x^3 + x^4 + P + x}{-2x + x^2 + 3}$$

Resolución:

$\Rightarrow$ El resto = 0

1	1	−5	4	1	P
2		2	−3		
−3			−6	9	
				−10	15
	1	−3	−5	0	0

(0, 0: resto)

$\therefore$ P = −15

A) −13 B) −14 **C) −15**
D) −16 E) −17

4 Calcula A . B, si la división:

$$\frac{7x^4 - 12x^3 + 18x^2 + Ax + B}{7x^2 + 2x + 1}$$

deja como resto: 4x + 5

Resolución:

Por Horner:

7	7	−12	18	A	B
−2		−2	−1		
−1			4	2	
				−6	−3
	1	−2	3	4	5

(4, 5: resto)

Luego:
A + 2 − 6 = 4 $\Rightarrow$ A = 8
B − 3 = 5 $\Rightarrow$ B = 8
$\therefore$ A . B = 64

A) 60 B) 61 C) 62
D) 63 **E) 64**

5 Halla la suma de coeficientes del cociente de:

$$\frac{2x^4 - 3x^3 - 9x^2 - 11x + 33}{x - 3}$$

Resolución:

Por Ruffini:

	2	−3	−9	−11	33
x = 3		6	9	0	−33
	2	3	0	−11	0

(2, 3, 0, −11: cociente)

$\therefore$ Σ de coef. cociente = −6

A) 0 B) −3 C) −4
D) −5 **E) −6**

6 Calcula el cociente de:

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 7x + 12}{x + 1}$$

Resolución:

Por Ruffini:

	1	−4	7	12
x = −1		−1	5	−12
	1	−5	12	0

$\therefore$ Cociente = $x^2 - 5x + 12$

A) $x^2 - 5x + 12$ B) $x^2 - 5x - 12$ C) $x^2 + 5x + 12$
D) $x^3 - 5x - 12$ E) $x^3 - 5x + 12$

7 Divide y señala el cociente:

$$\frac{16x^4 - 24x^3 + 28x^2 - 5}{2x - 1}$$

Resolución:

Por Ruffini:

	16	−24	28	0	−5
$x = \frac{1}{2}$		8	−8	10	5
÷ 2	16	−16	20	10	0
	↓ 8	↓ −8	↓ 10	↓ 5	

$\therefore$ Cociente $= 8x^3 - 8x^2 + 10x + 5$

A) $8x^3 - 8x^2 + 5$ B) $8x^3 - 1$
C) $x^3 - 8x^2 + 10x + 5$ D) $8x^3 - 8x^2 + 10x + 5$
E) $8x^3 + x + 5$

8 Calcula el cociente de:

$$\frac{3x^3 + 2x^2 - 11x - 10}{3x + 5}$$

Resolución:

Por Ruffini:

	3	2	−11	−10
$x = -\frac{5}{3}$		−5	5	10
÷ 3	3	−3	−6	0
	↓ 1	↓ −1	↓ −2	

$\therefore$ Cociente $= x^2 - x - 2$

A) $x^2 - x - 2$ B) $x^2 + 3x + 1$
C) $2x^2 + x - 1$ D) $2x^2 - x + 4$
E) $x^2 - 2x + 3$

9 Halla **n**, si en la siguiente división el residuo es 40.

$$\frac{x^4 + x^3 + x^2 + x + n}{x - 2}$$

Resolución:

Evalúa $x = 2$ en el dividendo:

$(2)^4 + (2)^3 + (2)^2 + 2 + n = 40$

$\Rightarrow n = 40 - 30$

$\therefore n = 10$

A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 2

10 Halla el resto en:

$$\frac{(x - 5)^{2009} + x^2 + 1}{x - 6}$$

Resolución:

Evaluamos $x = 6$ en el dividendo:

$(6 - 5)^{2009} + (6)^2 + 1 = 38$

$\therefore$ Resto = 38

A) 30 B) 35 C) 37
D) 38 E) 41

11 En la división:

$$\frac{6x^3 - 12x^2 + 8x - 9}{3x^2 + 3}$$

Halla el término independiente del resto.

Resolución:

Por Horner:

3	6	−12	8	−9
0		0	−6	
−3			0	12
	2	−4	2	3

$R(x) = 2x + 3$
TI $R(x) = 3$

A) 1 B) 2 C) 5
D) 4 E) 3

12 Señala el coeficiente del término lineal del cociente en:

$$\frac{8x^4 + 6x^3 - 23x^2 + 15x + 4}{4x^2 - 3x + 1}$$

Resolución:

Por Horner:

4	8	6	−23	15	4
3		6	−2		
−1			9	−3	
				−12	4
	2	3	−4	0	8

$q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) −4

13 Halla el residuo en la siguiente división:

$$\frac{x^4}{x^2 - x + 1}$$

Resolución:

Por Horner:

1	1	0	0	0	0
1		1	−1		
−1			1	−1	
				0	0
	1	1	0	−1	0

$R(x) = -x$

A) x B) −2x C) x − 1
D) 2x E) −x

14 Si:

$$\frac{x^4 + 5x^2 + q}{x^2 + x + 1}$$

Deja como resto $-4x + 3$. Halla: q

Resolución:

1	1	0	5	0	q
−1		−1	−1		
−1			1	1	
				−5	−5
	1	−1	5	−4	3

$q - 5 = 3 \Rightarrow q = 8$

A) 10 B) 1 C) 2
D) 8 E) −1



Claves

1. C	3. C	5. E	7. D	9. B	11. E	13. E
2. C	4. E	6. A	8. A	10. D	12. E	14. D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Del siguiente esquema de Ruffini:

	2	9	7	10	a	b
–4		–8	c	d	8	–48
	2	1	3	–2	12	–50

Calcula: $a + b - 3c + d$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

2. Del esquema de Ruffini:

	3	•	18	•	–26	•
•		6	•	28	•	0
	•	•	•	•	•	3

Halla la suma de coeficientes del cociente.

A) 25 B) 20 C) 26
D) 28 E) 15

Razonamiento y demostración

3. Divide:

$$\frac{6x^5 - 13x^4 + 13x^3 + 23x^2 - 34x - 25}{3x^2 - 2x - 4}$$

y halla el valor del residuo.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

4. Divide:

$$\frac{2x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 11x - 8}{2x^3 - x - 2}$$

Da como respuesta la suma de coeficientes del residuo.

A) 10 B) 15 C) 20
D) 25 E) 30

5. Divide:

$$\frac{6x^4 + x^3 - 15x^2 + 24x - 7}{3x^2 + 5x - 3}$$

Halla el valor del residuo.

A) $x - 1$ B) $x + 5$ C) $x - 5$
D) $5x - 1$ E) $5x + 1$

6. Divide:

$$\frac{6x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x + 3}{2x^2 - 4x + 2}$$

y da como respuesta la suma de coeficientes del cociente.

A) 17 B) 18 C) 19
D) 20 E) 21

7. Divide:

$$\frac{4x^3 - 8x^2 + 15x - 6}{2x^2 - 3x + 5}$$

Indica el residuo.

A) $2x - 1$ B) $2x + 1$ C) $3x - 2$
D) $3x + 2$ E) $5x - 1$

8. Divide:

$$\frac{6x^4 - x^3 - 4x - 3}{3x^2 + x + 2}$$

Indica el cociente.

A) $2x^2 + x + 1$
B) $2x^2 - x - 1$
C) $2x^2 + 3x + 1$
D) $2x^2 - 3x - 1$
E) $2x^2 - 5x + 3$

9. Da como respuesta la suma de coeficientes del cociente de la siguiente división:

$$\frac{x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x^2 + 3x + 2}$$

A) 6 B) 7 C) 1
D) 3 E) 5

10. Divide:

$$\frac{5x^4 + 12x^3 - 37x^2 - 24x - 32}{x + 4}$$

y señala el menor coeficiente del cociente.

A) 5 B) –8 C) –5
D) –4 E) –10

11. En la división, halla el cociente.

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x + 1}$$

A) 1 B) $x^2 + 1$ C) $x^2 + 2x + 1$
D) $x^2 - 2x + 1$ E) $x^2 + 2x - 1$

12. Encuentra el cociente de:

$$\frac{5x^3 - 2x^2 - 2x - 1}{x - 1}$$

A) $5x^2 + 3x + 1$ B) $5x^2 - 3x + 1$
C) $4x^2 + 3x + 12$ D) $5x^3 + 3x + 2$
E) $5x^2 - 3x - 1$

13. En la división:

$$\frac{2x^4 + 3\sqrt{2}\,x^3 - 12x^2 + 3\sqrt{2}\,x - 2}{x - \sqrt{2}}$$

Calcula el término independiente del cociente.

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$ E) 0

14. Halla el resto en:

$$\frac{2x^3-4x^2+7x-10}{x-2}$$

A) 14 B) –10 C) 4
D) –4 E) –8

15. Calcula m + n, si:

$$\frac{x^3+mx^2+nx+1}{x-1}$$

es exacta.

A) 0 B) –1 C) –2
D) –3 E) –4

16. Divide:

$$\frac{27x^{425}+81x^{424}-5x-19}{x+3}$$

y calcula el residuo.

A) 0 B) –1 C) –2
D) –3 E) –4

17. Luego de dividir se obtuvo de residuo 12; calcula el valor de **a**.

$$\frac{4x^4-3x^3-12x^2+(a+4)x+a}{x-2}$$

A) 1 B) 3 C) 2
D) 4 E) 5

18. En la siguiente división, halla el resto:

$$\frac{2x^4+x^3+x^2-30}{x+2}$$

A) 3 B) 2 C) –3
D) –2 E) –6

19. Halla el resto al dividir:

$$\frac{x^3+x^2+2x+3}{x+1}$$

A) –1 B) 0 C) 1
D) 2 E) –2

20. Calcula el resto en la siguiente división:

$$\frac{5x^3-3x^2+2x+15}{x+1}$$

A) –2 B) 1 C) 3
D) 5 E) 7

Resolución de problemas

21. Determina el valor de:

$$Z=\frac{a+b-ab}{(a+b)^{ab}},\quad a,b\in\mathbb{R},\ a\neq b\neq 0$$

Si:

$a^2+11a+2=0$

$b^2+11b+2=0$

A) $\frac{7}{121}$ B) $\frac{9}{121}$ C) $\frac{1}{120}$

D) $\frac{7}{9}$ E) $-\frac{13}{121}$

22. Al dividir el polinomio P(x) entre $(x^2+1)(x-3)$ se obtuvo como resto: x^2+4x-6. ¿Cuál será el resto de dividir $P(x)\div(x-3)$?

A) 12 B) 11 C) 10
D) 15 E) 20

NIVEL 2

Comunicación matemática

23. Del esquema de Ruffini:

	10	•	12	•	–5	•
•		25	•	5	•	0
÷ •	•	•	•	•	•	
	5					

Calcula la suma de coeficientes del cociente.

A) 6 B) 7 C) 5
D) 9 E) 4

24. Indica verdadero (V) o falso (F), en la siguiente división:

$$\frac{x^5-2x-1}{x^3+1}$$

1. El grado del dividendo es 3. ( )
2. El cociente es de grado igual a 2. ( )
3. El grado del resto puede ser 2. ( )

A) FVF B) FFV C) VVF
D) FFF E) FVV

Razonamiento y demostración

25. Divide:

$$\frac{6x^7+9x^6+x^4+4x^3+x^2-3x+2}{2x^3+3x^2-1}$$

Indica el coeficiente del término cuadrático del residuo.

A) 3 B) 2 C) –1
D) 4 E) 5

26. Halla el cociente en la división:

$$\frac{x^5-5x^4+10x^3-10x^2-5x+1}{x^3-3x^2+3x-1}$$

A) x^2+x+1
B) x^2-2x+1
C) x^2+2x+1
D) x^2-x+1
E) x^2+x-1

27. Determina el valor de (m + n), si la siguiente división es exacta:

$$\frac{x^4+2x^3-7x^2+mx+n}{x^2-3x+5}$$

A) 16 B) 15 C) 30
D) 31 E) 32

28. Halla m si la división:

$$\frac{x^3-2mx^2+4mx-8}{x^2-2x+4}$$ es exacta.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

29. Calcula $\sqrt[3]{a+b}$, si la división es exacta.

$$\frac{3x^4+5x^2+ax+b}{3x^2+3x+2}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

30. Halla (a + b) en la siguiente división exacta:

$$\frac{x^4+4x^3+6x^2+ax+b}{x^2+2x+1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

31. La siguiente división:

$$\frac{x^4+x^3-4x^2+x+q}{x^3+px-1}$$

tiene un resto de la forma: $2x^2+8x+5$

Halla: p + q

A) 2 B) 1 C) 0
D) –1 E) –2

32. Divide:

$$\frac{x^3-6x^2+5x+10}{x^2-4x+2}$$

Da como respuesta el resto.

A) x + 7 B) 0 C) 2x + 1
D) 5x – 2 E) –5x + 14

33. Indica la suma de coeficientes del cociente que se halla al dividir.

$$\frac{4x^4+4x^3-11x^2+6x-6}{2x-1}$$

A) 2 B) 3 C) –4
D) 1 E) –1

34. Halla el coeficiente mayor del cociente al dividir:

$$\frac{20x^4-3x^3+16x^2-6}{5x+3}$$

A) 4 B) 5 C) 6
D) –5 E) –4

35. Halla el cociente al dividir:

$$\frac{x^3+2x^2+x-5}{x+2}$$

A) x^2-1 B) x^2+1 C) x^2+x+1
D) x^2+2 E) x^2-x+1

36. Halla el residuo de dividir:

$$\frac{4x^{78}+32x^{75}+6x^{41}+12x^{40}+5x^4+1}{x+2}$$

A) 81 B) 82 C) 83
D) 84 E) 85

37. Calcula n, si al dividir:

$$\frac{x^{100}+32x^{95}+(n+1)x^3+nx^2+10}{x+2}$$

deja como residuo 14.

A) – 2 B) – 3 C) – 4
D) – 5 E) – 6

38. Cuando se divide:

$$\frac{x^3+(-2-\sqrt{7})x^2+(2\sqrt{7}-15)x+15\sqrt{7}+m}{x-\sqrt{7}}$$

Se obtiene como resto (3m – 8). Encuentra el valor de m.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

39. Halla el residuo de:

$$\frac{2x^5-9x^4+3x-4}{2x-1}$$

A) –8 B) –6 C) 4
D) 7 E) –3

Resolución de problemas

40. Efectúa:

$$\frac{x^9-27x^6+3x^2-5x+2}{x^2-4x+3}$$

Luego indica la suma del coeficiente principal y el término independiente del residuo.

A) –44 B) –28 C) –26
D) –42 E) 28

41. Al dividir un polinomio P(x) entre el producto: $(x+4)(x-5)(x+6)$ el resto obtenido es: x^2-7x+2. Encuentra cuáles son los restos que se obtienen al dividir P(x) entre:

I. $x+4$ II. $x-5$ III. $x+6$

A) 45; –7; 81 B) 50; –1; 90 C) 1; –1; 2
D) 30; –20; 10 E) 46; –8; 80

NIVEL 3

Comunicación matemática

42. Luego de dividir:

$$\frac{4x^5-2x^4+3x-5x^2+1}{2x^3+x^2-3}$$

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

1. El cociente es: $Q(x)=2x^2-2x+1$ ( )
2. El residuo es: $R(x)=3x+4$ ( )
3. El coeficiente principal del residuo es –3. ( )

A) VVV B) FFF C) VVF
D) VFV E) FFV

43. Del esquema:

	7	–14	1	–100
a		14	0	c
	b	0	1	–98

Calcula: $S=\frac{ab^2c}{14}$

A) 0 B) 1 C) –1
D) 15 E) 14

44. En el siguiente esquema de Horner, halla la suma de los números que debemos escribir en los recuadros vacíos.

2	□	1	□	□
3		□	5	
1			24	8
	5	□	35	13

A) 30 B) 35 C) 40
D) 44 E) 48

45. En el siguiente cuadro de Ruffini, halla la suma de los números que debemos escribir en los recuadros vacíos.

	1	3	2	–4	□	□
–3		–3	□	□	30	–87
	1	0	2	–10	29	–93

A) –10 B) –11 C) –13
D) –14 E) –15

Razonamiento y demostración

46. Encuentra el resto de dividir:

$$\frac{x^5+(a+1)x^4+(a+b)x^3+(b+1)x^2+ax+b}{x^2+ax+b}$$

A) 1 B) 2 C) 0
D) 4 E) 8

47. Indica un valor de m para que:

$4x^4 - 5x^2 + 2mx$

sea divisible por: $2x^2 - mx + 2$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 8

48. Si la siguiente división es exacta.

$$\frac{px^4 + qx^3 + x^2 - x - 6}{x^2 - x + 2}$$

Halla: p y q

A) 1 y 3 B) –1 y 3 C) 1 y –3
D) –1 y –3 E) 2 y 1

49. ¿Qué valor adquiere $\frac{n+2}{k+1}$; si la división es exacta?

$$\frac{x^{19} - nx + k}{x^2 - 2x + 1}$$

A) 1 B) 2 C) 19 D) 38 E) 4

50. Determina el resto en la división:

$$\frac{x^4 + x^6 + x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

A) 1 B) 3 C) 0 D) 2 E) 4

51. Halla n si la división:

$\frac{8x^4 - 2n^2x^2 + x - 4}{2x - n}$ tiene por residuo 1.

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

52. Si la siguiente división es exacta:

$$\frac{(3x + 4y)^5 - (2x)^5 - my^5}{x + y}$$

Calcula el valor de m.

A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34

53. Calcula: $\frac{n(p+5)}{m(q+2)}$

Si el residuo al dividir:

$$\frac{6x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 8x^2 + mx + n}{3x^2 + 2x + 1}$$

es: px + q.

A) 0 B) 2 C) 1 D) 3 E) 8

Resolución de problemas

54. Halla el resto en:

$$\frac{(x-3)^{80} + (x-4)^{71} + 6}{(x-3)(x-4)}$$

A) 1 B) 2x C) 3x + 1
D) 2x – 1 E) 2x + 1

55. Da el valor de (m + n + p + q) si la división:

$$\frac{mx^3 + nx^2 + px + 4x^4 + q}{2x^2 + 3x - 1}$$

es exacta, además los coeficientes del cociente aumentan de 3 en 3 a partir del primero.

A) 50 B) 52 C) 54
D) 56 E) 58

56. Sea el polinomio:

$P(x) = 2x^4 + x^3 - 18x^2 - 29x + 6$

¿Cuánto hay que aumentarle al coeficiente de x^3, para que sea divisible por (x – 3)?

A) 1 B) 3 C) 2
D) 4 E) 5

57. Se tiene un polinomio entero en "x" de tercer grado que se anula para x = 9 y para x = –7 y al dividirlo entre x – 11 da como resto 2160. Si el primer coeficiente del polinomio es 5, halla el resto de dividirlo entre x – 1.

A) –640 B) 640 C) 300
D) –300 E) 1



Claves

NIVEL 1
1. B 2. D 3. C 4. B 5. D 6. C 7. A 8. B
9. A 10. B 11. C 12. A 13. A 14. C 15. C 16. E 17. D
18. D 19. C 20. D 21. E 22. D

NIVEL 2
23. C 24. E
25. D 26. B 27. D 28. B 29. B 30. E 31. E 32. E 33. A
34. B 35. B 36. A 37. B 38. B 39. E 40. C 41. E

NIVEL 3
42. D 43. E 44. D 45. C 46. C 47. A 48. C 49. B
50. C 51. B 52. D 53. C 54. D 55. D 56. C 57. A

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: FACTORIZACIÓN

1 Indica el número de factores primos:
$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

Resolución:
Agrupando:
$P(x) = x^2(x + 1) - 4(x + 1) = \underbrace{(x + 1)}_{1.°}\underbrace{(x + 2)}_{2.°}\underbrace{(x - 2)}_{3.°}$
El número de factores primos es: 3

A) 1 B) 2 (C) 3
D) 4 E) 5

2 Factoriza por el método del factor común:
$F(x) = (x - 3)(x - 2) - (x - 2)(1 - x) + 1 - x$

Resolución:
$F(x) = (x - 3)(x - 2) - (x - 2)(1 - x) + (1 - x)$
$= (x - 3)(x - 2) + (1 - x)(1 - x + 2)$
$= (x - 3)(x - 2) + (x - 1)(x - 3)$
$= (x - 3)(x - 2 + x - 1) = (x - 3)(2x - 3)$

A) $(x + 3)(2x - 1)$ B) $(x + 5)(2x - 3)$
(C) $(x - 3)(2x - 3)$ D) $(x - 7)(2x - 3)$
E) $(x - 3)(x + 3)$

3 Factoriza:
$F(a; b) = a^3b^3 + a^2b^4 + 3a^2b^3$

Resolución:
$F(a; b) = a^3b^3 + a^2b^4 + 3a^2b^3$
$= a^2b^3\,(a + b + 3)$

A) $a^2b^2(a + b + 3)$ B) $ab^2(a + b + 3)$
C) $a^2b(a + b - 3)$ D) $a^3b(a + b + c)$
(E) $a^2b^3(a + b + 3)$

4 Factoriza:
$P(x; a) = ax^4 - ax^2$
Luego, indica un factor primo.

Resolución:
$P(x; a) = ax^4 - ax^2$
Factorizamos:
$P(x; a) = ax^2\,(x^2 - 1)$
$P(x; a) = ax^2\,(x+1)(x-1)$
$\therefore$ Un factor primo es: $x + 1$

A) $x^2 - 1$ B) $ax^2 - 1$ (C) $x + 1$
D) $x - 2$ E) $x^2 + 1$

5 Factoriza: $2a^3b^2c^4d - 3ab^4c^5 + 7a^2b^2c^4d^2$

Resolución:
$2a^3b^2c^4d - 3ab^4c^5 + 7a^2b^2c^4d^2$
$ab^2c^4[2a^2d - 3b^2c + 7ad^2]$

A) $a^2bc^4d(2a - 3b + d^2)$
B) $ab^2c^4d(2a^2d - 3b^2c + 7ad^2)$
(C) $ab^2c^4(2a^2d - 3b^2c + 7ad^2)$
D) $abcd(2a + 3b + 7d)$
E) $abcd(2a - 3b + 7d)$

6 Factoriza: $P(x) = (5x - 3)^2 - (2x - 7)^2$
Da como respuesta la suma de coeficientes de un factor primo.

Resolución:
$P(x) = (5x - 3)^2 - (2x - 7)^2$
Por diferencia de cuadrados:
$P(x) = (7x - 10)(3x + 4)$
$\therefore \Sigma$coef. de un factor primo: -3 o 7

A) -3 B) 7 C) -4
D) 6 (E) A o B

7 Factoriza:
$P(x; y) = x^5y + 2x^4y^2 + x^3y^3$
Indica un factor primo.

Resolución:
$P(x; y) = x^3y(x^2 + 2xy + y^2)$
$= x^3y(x + y)^2$
$\therefore$ Un factor primo es: $x + y$

(A) $x + y$ B) $x - y$ C) $x - 2y$
D) $x + 2y$ E) $x - 3y$

8 Factoriza:
$M(x; y) = (3x + y)^2 - (3y - x)^2$
Da el número de factores primos.

Resolución:
$M(x; y) = (3x + y + 3y - x)(3x + y - 3y + x)$
$= (2x + 4y)(4x - 2y)$

A) 1 (B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9 Factoriza:
$M(x; y) = x^6 - x^2 - 8x - 16$
Da el número de factores primos.

Resolución:
$M(x; y) = x^6 - (x^2 + 8x + 16)$
$= x^6 - (x + 4)^2$
$= (x^3)^2 - (x + 4)^2$
$= (x^3 - x - 4)(x^3 + x + 4)$

A) 6 (B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

10 Si: $x - y = 5$
Halla: $x^2 - 2xy + y^2$

Resolución:
Dato: $x - y = 5$
Piden: $\underbrace{x^2 - 2xy + y^2}$
Trinomio cuadrado perfecto

$\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2 = (5)^2 = 25$

A) 15 B) 10 C) 20
D) 30 (E) 25

11 Factoriza:
$6x^2 + 19x + 10$
Indica la suma de sus factores primos.

Resolución:
$6x^2 + 19x + 10 = (2x + 5)(3x + 2)$
$2x \quad 5$
$3x \quad 2$

$\therefore \Sigma$factores primos $= 5x + 7$

A) $x - 3$ B) $3x + 5$ (C) $5x + 7$
D) $2x + 7$ E) $5x + 2$

12 Factoriza:
$6x^2 - 4x - 2$
Indica un factor primo.

Resolución:
$6x^2 - 4x - 2 = 2(3x + 1)(x - 1)$
$3x \quad 1$
$2x \quad -2$

$\therefore$ Un factor primo es: $3x + 1$

A) $3x$ B) $2x - 1$ C) $3x + 2$
D) $2x + 3$ (E) $3x + 1$

13 Factoriza cada expresión por aspa simple:
- $x^2 - 3x - 4$
- $x^2 + 2x + 1$
- $x^2 - 6x - 7$
- $x^2 + 5x + 6$

Resolución:
$M(x) = x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$
$x \quad -4$
$x \quad 1$

$Q(x) = x^2 - 6x - 7 = (x - 7)(x + 1)$
$x \quad -7$
$x \quad 1$

$P(x) = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$
$x \quad 1$
$x \quad 1$

$R(x) = x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$
$x \quad 3$
$x \quad 2$

14 Factoriza cada expresión por aspa simple:
- $a^2 + 8a + 16$
- $n^2 - 5n - 6$
- $x^2 - x - 2$
- $x^2 - 2x - 3$

Resolución:
$P(x) = a^2 + 8a + 16 = (a + 4)(a + 4)$
$a \quad 4$
$a \quad 4$

$R(x) = x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$
$x \quad -2$
$x \quad 1$

$Q(x) = n^2 - 5n - 6 = (n - 6)(n + 1)$
$n \quad -6$
$n \quad 1$

$S(x) = x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$
$x \quad -3$
$x \quad 1$



Claves

1. C	3. E	5. C	7. A	9. B	11. C	13.
2. B	4. C	6. E	8. B	10. E	12. E	14.

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Encuentra el valor de $(a + b)^2$ en la siguiente factorización efectuada por aspa simple:

$27x^2 + 42x - 49$

$3x \quad 7$
$ax \quad b$

2. Calcula el valor de A en la siguiente factorización efectuada por aspa simple:

$7x^2 - Ax - 18$

$7x \quad -3$
$x \quad 6$

Razonamiento y demostración

3. Factoriza e indica la suma de los términos independientes de los factores primos.

$P(a; b) = 4a^2 + 4ab^2 + b^4 - 1$

A) 1 B) –1 C) 2
D) 2 E) 0

4. Factoriza e indica un factor primo.

$w^2x^5 + 3w^2 - t^3x^5 - 3t^3$

A) $x^5 + 3$ B) $x^3 + t^3$ C) $w^2 + t^3$
D) $t^2 - 3$ E) $w^5 - 3$

5. Factoriza e indica un factor primo.

$P(x) = 8x^2 - 2x - 3$

A) $2x - 1$ B) $3x - 4$ C) $4x - 3$
D) $8x - 1$ E) $8x - 3$

6. Factoriza e indica un factor primo.

$3m^4 + 7m^2 + 4$

A) $3m^2 - 4$ B) $m^2 + 3$ C) $m^2 + 4$
D) $m^2 + 1$ E) $m^2 + 7$

7. Factoriza: $R(x) = 8a^3 - x^3$

Indica el término independiente del factor primo con mayor coeficiente.

A) 4 B) 2ax C) x^2
D) 2a E) $4a^2$

Resolución de problemas

8. Factoriza y da como respuesta la mayor suma de coeficientes de un factor de:

$A(t) = t^5 + 3t^3 + 2t$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

9. Encuentra el coeficiente que aparece al factorizar:

$(a - c)^2 - (a - b)^2 - (b - c)^2$

A) –3 B) –2 C) –1
D) 0 E) 2

NIVEL 2

Comunicación matemática

10. Luego de factorizar el polinomio:

$T(a; b) = 4a^{19}b^5 - 4a^{18}b^6 + a^{17}b^7$

Indica verdadero (V) o falso (F), en las siguientes proposiciones:

( ) T(a; b) posee 2 factores primos.
( ) $(a - 2b)$ es factor de T(a; b)
( ) a es factor primo de T(a; b)

A) VFV B) FFF C) VVV
D) VVF E) FFV

11. Del siguiente polinomio:

$A(x; y; z) = xyzw(x + 7)(w - 10)(y - 3)(z - 20)$

Indica correcto (C) o incorrecto (I) en las siguientes proposiciones:

( ) A(x; y; z) tiene 6 factores primos.
( ) Un factor primo de A tiene término independiente –10.
( ) Un factor primo de A tiene suma de coeficientes –19.

A) ICI B) CCI C) ICC
D) CIC E) CCC

Razonamiento y demostración

12. Factoriza cada caso:

- $ax + bx + cx$
- $mn^2 + m^2n + mn$
- $a^2b - 2ab^2$
- $5a + 5b + 3a + 3b$
- $x^3y - x^2y^3 + x^2y$
- $2xa - a + 2xb - b$

13. Indica un factor primo de:

$P(a; b) = a^2 - 2ab + b^2 - 1$

A) $a - b + 1$ B) $a + b - 1$ C) $a + b + 1$
D) $a + b$ E) $a - b$

14. Factoriza:

$P(m) = m^2 - 3m - 4$

Indica la suma de sus factores primos.

A) $m - 1$ B) $2m + 1$ C) $m + 3$
D) $3m + 1$ E) $2m - 3$

15. Factoriza:

$2x^4 + 17x^2 + 21$ y luego señala el producto de los términos de un factor.

A) $2x^2$ B) $3x^2$ C) $6x^2$
D) $5x^2$ E) $21x^2$

16. Factoriza e indica un factor primo.
$P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

A) $x + 2$ B) $x - 1$ C) $x + 3$
D) $x - 4$ E) $x + 4$

17. Factoriza e indica el número de factores primos:
$F(x; y) = x^2y^2 + x^2y + xy^2 + xy$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

18. Factoriza en $\mathbb{R}$:
$H(x) = x^4 - 5x^2 - 14$
Indica luego, el número de factores primos.

A) 4 B) 5 C) 1
D) 2 E) 3

19. Factoriza en $\mathbb{R}$:
$S(q) = q^4 - 9q^2 + 18$
Luego indica la suma de sus factores primos.

A) $2q^2 - 9$ B) 2 C) $-4q$
D) $4q$ E) $5q^2 - 1$

NIVEL 3

Comunicación matemática

20. Lee el siguiente texto 3 veces, y luego responde las preguntas planteadas.

La factorización es un proceso mediante el cual un polinomio se expresa como la multiplicación indicada de factores primos.

Por lo general la FACTORIZACIÓN se realiza en el campo de las EXPRESIONES ALGEBRAICAS RACIONALES ENTERAS, esto referido a las variables y con respecto a los coeficientes se define respecto al conjunto de los números RACIONALES ($\mathbb{Q}$) salvo excepciones de poder abandonar éste conjunto y considerar, por ejemplo, el campo de los números REALES ($\mathbb{R}$) o el conjunto de los números COMPLEJOS ($\mathbb{C}$).

Marca con una C de correcto o I de incorrecto, según corresponda a los enunciados:

A) La FACTORIZACIÓN permite expresar un polinomio en función de sus divisores. ☐

B) Si las variables son EXPRESIONES ALGEBRAICAS IRRACIONALES, estas son factorizables en el campo de los números racionales. ☐

C) Según como los coeficientes se expresan en un conjunto numérico, estos son factorizables en dicho conjunto numérico. ☐

21. Identifica cuál(es) de las expresiones presentadas es(son) factor(es) del siguiente polinomio:

$P(x) = 21x^2 + 11x - 2$

I. 7 II. $7x + 1$ III. $3x + 2$ IV. $7x - 1$

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) III y IV E) II; III y IV

Razonamiento y demostración

22. Factoriza e indica un factor primo.
$M(x; y) = ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)$

A) $ay - y$ B) $-ax + y$ C) $-by + a$
D) $bx + ya$ E) $a^2 + b^2$

23. Indica el número de factores primos de:
$P(x) = yx^2 + 7xy + 12y$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

24. Factoriza e indica el término independiente de uno de sus factores primos.
$15a^2 + 14a + 3$

A) 2 B) 3 C) 5
D) −1 E) −3

25. Indica el número de factores primos del siguiente polinomio:
$P(x) = x^4 - 3x^2 + 1$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

26. Factoriza e indica un factor primo.
$M(x; y; z) = x^{m+a} + x^my^b + x^ay^n + y^{n+b} + z^px^a + z^py^b$

A) $x^m + y^n$ B) $x^m - y^n$ C) $x^a + y^b$
D) $x^m + y^n - z^p$ E) $x^a - y^b$

Resolución de problemas

27. Luego de factorizar:
$T(m) = m^7 - m^4a^3 - m^3a^4 + a^7$
Indica el término independiente del factor repetido.

A) $(m - a)^2$ B) $(m + a)$ C) a^2
D) $m^2 + a^2$ E) 1

28. Factoriza:
$P(x; y) = x^3 - x^2 + 3x^2y - y^2 - 2xy + y^3 + 3xy^2$
Da como respuesta la diferencia de sus factores primos.

A) −1 B) 1 C) ± 1
D) 0 E) −2

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2	NIVEL 3	
1.	7. E	13. A	20.	26. C
2.	8. D	14. E	21. D	27. C
3. E	9. E	15. C	22. D	28. C
4. A	10. E	16. B	23. B	
5. C	11. D	17. C	24. B	
6. D	12.	18. E	25. B	
		19. D		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: RADICACIÓN

1 Calcula:

$$\frac{\sqrt[3]{2^{100}}}{\sqrt[3]{2^{85}}}$$

Resolución:

$$\frac{\sqrt[3]{2^{100}}}{\sqrt[3]{2^{85}}} = \frac{2^{\frac{100}{3}}}{2^{\frac{85}{3}}} = 2^{\frac{100-85}{3}}$$

$$= 2^{\frac{15}{3}} = 2^5 = 32$$

A) 2 B) 8 C) 16
D) 32 (circled) E) 64

2 Calcula:

$$\sqrt[14]{x^{35}} + \sqrt[12]{x^{30}}$$

Resolución:

$$\sqrt[14]{x^{35}} + \sqrt[12]{x^{30}}$$

$$= x^{\frac{35}{14}} + x^{\frac{30}{12}}$$

$$= x^{\frac{5}{2}} + x^{\frac{5}{2}} = 2x^{\frac{5}{2}}$$

$$= 2\sqrt{x^5}$$

A) x^{35} B) $\sqrt{x}$ C) $2\sqrt{x^5}$ (circled)
D) x^6 E) x^7

3 Calcula:

$$\sqrt[3]{\frac{2}{7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{49}}$$

Resolución:

$$\sqrt[3]{\frac{2}{7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{49}}$$

$$= \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2^2}{7^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{7}\right)^1 = \frac{2}{7}$$

A) $\frac{2}{7}$ (circled) B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{7}{4}$
D) $\sqrt[3]{\frac{2}{7}}$ E) $\sqrt{\frac{2}{7}}$

4 Calcula:

$$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{8^{16}}}}$$

Resolución:

$$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{8^{16}}}} = \sqrt{\sqrt[3]{8^{\frac{16}{4}}}} = \sqrt{\sqrt[3]{8^4}}$$

$$= \sqrt{8^{\frac{4}{3}}} = \sqrt{(2^3)^{\frac{4}{3}}} = \sqrt{2^4} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 = 4$$

A) 2 B) 4 (circled) C) 6
D) 8 E) 16

5 Simplifica:

$$M = \sqrt[3]{1024x^8y^{10}}$$

Resolución:

$$M = \sqrt[3]{(8^3 \cdot 2)x^6 \cdot x^2y^9 \cdot y}$$

$$M = 8x^{\frac{6}{3}}y^{\frac{9}{3}}\sqrt[3]{2x^2y}$$

$$M = 8x^2y^3\sqrt[3]{2x^2y}$$

A) $8x^2y^2\sqrt[3]{2xy}$ B) $10xy\sqrt[3]{5xy}$
C) $5x^5y^5\sqrt[3]{3xy}$ D) $3x^3y^3\sqrt{2xy}$
E) $8x^2y^3\sqrt[3]{2x^2y}$ (circled)

6 Calcula:

$$S = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}}$$

Resolución:

Sabemos que:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Entonces:

$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}} = \sqrt{\frac{8}{32}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}$$

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ (circled) C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{7}$

7 Efectúa:

$M = \sqrt[3]{125x^{12}y^{6}} + \sqrt{256x^{8}y^{4}}$

Resolución:

$M = \sqrt[3]{5^3} x^{\frac{12}{3}} y^{\frac{6}{3}} + \sqrt{16^2} x^{\frac{8}{2}} y^{\frac{4}{2}}$

$M = 5x^4y^2 + 16x^4y^2$

$M = 21x^4y^2$

A) 20xy B) $10xy^2$ C) $3x^2y$
D) 7xy (E) $21x^4y^2$

8 Efectúa:

$P = \sqrt[4]{\sqrt{81} + 7^3 + \sqrt{64} - \sqrt[3]{64} - 10^2}$

Resolución:

$P = \sqrt[4]{9 + 343 + 8 - 4 - 100}$

$P = \sqrt[4]{256} = 4$

(A) 4 B) 2 C) 3
D) 6 E) 8

9 Calcula:

$M = \sqrt[3]{11^2 + \sqrt[3]{512} - 5^3 + \sqrt[3]{1} + 1^6 + \sqrt[4]{16}}$

Resolución:

$M = \sqrt[3]{121 + 8 - 125 + 1 + 1 + 2}$

$M = \sqrt[3]{8} = 2$

(A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

10 Calcula:

$R = \sqrt{\sqrt[3]{64} + 3^4 - \sqrt[3]{512} - 5^2 - \sqrt[3]{27}}$

Resolución:

$R = \sqrt{4 + 81 - 8 - 25 - 3}$

$R = \sqrt{49} = 7$

(A) 7 B) 6 C) 8
D) 9 E) 11

11 Efectúa:

$P = (3\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - 6\sqrt{10}$

Resolución:

$P = \left((3\sqrt{2})^2 + 2.3\sqrt{2}.\sqrt{5} + \sqrt{5}^2\right) - 6\sqrt{10}$

$P = 18 + 6\sqrt{10} + 5 - 6\sqrt{10}$

$P = 23$

A) 24 (B) 26 C) 32
D) 33 E) 23

12 Calcula:

$R = (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

Resolución:

$R = (2\sqrt{3})^2 + 2.2\sqrt{3}.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2.2\sqrt{3}.\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$R = 12 + 4\sqrt{6} + 2 + 12 - 4\sqrt{6} + 2$

$R = 28$

(A) 28 B) 24 C) 32
D) 36 E) 40

13 Efectúa:

$(2\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} - 2) + \sqrt[4]{9}$

Resolución:

$(2\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} - 2) + \sqrt{3}$

$= 6\sqrt{3}^2 - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}$

$= 16$

A) $2\sqrt{3}$ B) 8 C) 4
D) –3 (E) 16

14 Después de efectuar, se obtiene:

$\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}} . \sqrt[4]{5 - 2\sqrt{6}}$

Resolución:

$\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}} . \sqrt[4]{5 - 2\sqrt{6}}$

Dando forma:

$= \sqrt[4]{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} . \sqrt[4]{5 - 2\sqrt{6}}$

$= \sqrt[4]{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})}$

$= \sqrt[4]{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = 1$

(A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{6}$



Claves

1. D	3. A	5. E	7. E	9. A	11. E	13. E
2. C	4. B	6. B	8. A	10. A	12. A	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica verdadero (V) o falso (F):

$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ...( )

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ...( )

$\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$ ...( )

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ...( )

2. Si: $m = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$; $n = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$; $p = \frac{\sqrt{27}}{3}$

Indica lo correcto:

A) $mn = p^2$ B) $m + n = 3p$ C) $\frac{m+n}{n+p} = 2$
D) $pn = m$ E) $mnp = 27$

Razonamiento y demostración

3. Calcula:

$E = \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{25}$

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 18

4. Efectúa:

$P = \sqrt[3]{125} \, . \, \sqrt[3]{64}$

A) 20 B) 21 C) 23
D) 24 E) 25

5. Reduce:

$\sqrt{3^2 + 4^2}$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

6. Halla:

$A = \sqrt{1} \, . \sqrt{4} + \sqrt{9} \, . \sqrt{16}$

A) 14 B) 16 C) 18
D) 20 E) 21

7. Calcula:

$\sqrt{6 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

8. Calcula:

$\sqrt{2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 1}$

A) 1 B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

9. Efectúa:

$R = \sqrt{3} \, . \sqrt{2} \, . \sqrt{24}$

A) 2 B) 6 C) 12
D) 18 E) 24

10. Efectúa:

$S = \sqrt{16} + \sqrt{25} + \sqrt{36} + \sqrt{49}$

A) 4 B) 15 C) 22
D) 41 E) 126

11. Efectúa:

$k = \sqrt{12} + \sqrt{300} + \sqrt{75} - \sqrt{48}$

A) $12\sqrt{3}$ B) $10\sqrt{3}$ C) $13\sqrt{3}$
D) $9\sqrt{3}$ E) 0

12. Efectúa:

$\sqrt[4]{4} + \sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[6]{9}$

A) 0 B) 1 C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{2}$

13. Reduce:

$E = \sqrt[5]{(3^0 + 4^0 + 5^0 + 6^0)^5}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

14. Calcula:

$\sqrt{3^0 + 2^3 - 3^3 + 18}$

A) 1 B) 0 C) 2
D) 3 E) 4

15. Efectúa:

$\sqrt{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{16}$

A) 4 B) 6 C) 5
D) 3 E) 4

16. Reduce:

$\sqrt{3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 9}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

17. Efectúa:

$M = \sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{200}$

A) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) 0 E) $2\sqrt{2}$

Resolución de problemas

18. Calcula:

$$E = \frac{(a+b)\sqrt{\frac{a-b}{a+b}} + (a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}}{\sqrt{a^2 - b^2}}; \; a > b > 0$$

Luego determina el cuadrado de E disminuido en uno.

A) $a + b$ B) $a^2 - b^2$ C) 1
D) $\sqrt{a^2 - b^2}$ E) 2

19. Determina la suma de los cuadrados de M y T. Sabiendo que:

$$M=\sqrt{4^3+\sqrt[3]{27}-\sqrt{100}+\sqrt[3]{8}+\sqrt{25}}$$

$$T=\sqrt{\sqrt{900}+2^6-\sqrt[3]{125}-\sqrt{16}-\sqrt[3]{64}}$$

A) 100 B) 140 C) 145
D) 2 E) 1

NIVEL 2

Comunicación matemática

20. Memoriza durante 1 minuto los radicales de las casillas. Tápalos y a continuación llena el recuadro de abajo.

$\sqrt[20]{7^5}$		$10\sqrt[10]{m^2}+9\sqrt[10]{m^2}-\sqrt[10]{m^2}$	
$5^{\frac{2}{3}}$	$9^{\frac{7}{2}}$	$\sqrt[3]{7};\sqrt[3]{9};\sqrt[3]{10}$	$\sqrt[9]{\sqrt{\sqrt[3]{x^{27}}}}$
$\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$		$\sqrt[3]{8}.2;\sqrt{\frac{1}{25}}$	$27^{\frac{2}{3}}$

Verifica si ha tenido aciertos, comparando los dos cuadros.

21. Completa con mayor que (>) o menor que (<) los resultados de efectuar:

$\sqrt[3]{-125}$ ☐ $\sqrt[3]{-64}$

$\sqrt[3]{343}$ ☐ $\sqrt[3]{1000}$

$\sqrt{3}\,.\,\sqrt{27}$ ☐ $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3^{12}}}$

$\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[5]{\left(\frac{3}{4}\right)^{30}}}}$ ☐ $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$

Razonamiento y demostración

22. Reduce:

$$P=\sqrt[36]{x^{72}}+\sqrt[20]{x^{40}}$$

A) x^3 B) $3x^3$ C) x^2
D) x^5 E) $2x^2$

23. Calcula:

$$E=\sqrt{\frac{25}{9}}-\sqrt{\frac{9}{25}}$$

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{15}{16}$ C) $\frac{16}{15}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{7}$

24. Efectúa:

$$E=\sqrt[3]{\frac{8}{27}}+\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$$

A) $\frac{13}{7}$ B) $\frac{12}{17}$ C) $\frac{17}{12}$
D) $\frac{17}{3}$ E) $\frac{8}{27}$

25. Reduce:

$$M=\sqrt[20]{\frac{3^{140}}{3^{100}}}$$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 29 E) 30

26. Reduce:

$$M=\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{64}$$

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

27. Efectúa:

$$P=\sqrt{\frac{1}{9}}+\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

28. Calcula:

$$A=\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{125}$$

A) 10 B) 12 C) 1
D) 16 E) 18

29. Calcula:

$$\sqrt[3]{1}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{64}$$

A) 9 B) 10 C) 13
D) 12 E) 11

30. Calcula:

$$A=(\sqrt{10}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{10}-\sqrt{2})^2$$

A) 24 B) 10 C) 60
D) 50 E) 40

31. Efectúa:

$$P=\sqrt{\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt{x^{32}y^4}}}}$$

A) xy B) x^2y C) $xy^{\frac{1}{8}}$
D) $x^{\frac{1}{2}}y$ E) x^3y^3

32. Simplifica:

$$F=\frac{x+1}{x-1}\sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$$

A) $\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2}}$ B) $\sqrt[3]{\frac{x-1}{x-1}}$ C) 1
D) $\frac{x}{y}$ E) $\sqrt[3]{\frac{x+2}{x-2}}$

33. Efectúa:

$$\sqrt{\frac{9}{16}}+\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$$

A) $\frac{13}{17}$ B) $\frac{12}{17}$ C) $\frac{17}{12}$
D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{7}{5}$

34. Efectúa:

$$\sqrt{\frac{1}{9}}+\sqrt{\frac{1}{25}}$$

A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{15}{8}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{8}{7}$ E) 6

35. Efectúa:

$$E=\sqrt{\frac{9}{4}}+\sqrt{\frac{16}{9}}$$

A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{6}{17}$ C) $\frac{17}{6}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 0

36. Calcula:

$$P=\sqrt[3]{8}-\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{64}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

37. Calcula:

$$\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{216}+\sqrt[3]{125}$$

A) 4 B) 6 C) 12 D) 15 E) 25

38. Efectúa:

$$K=(2\sqrt{6}-\sqrt{3})^2+4\sqrt{18}$$

A) 29 B) 30 C) 32 D) 36 E) 27

39. Simplifica:

$$N=\frac{a}{2b}\sqrt{\frac{8b}{3a}}$$

A) $\sqrt{\frac{3a}{5b}}$ B) a^2-b^2 C) $\sqrt{\frac{2a}{3b}}$
D) $\sqrt{a^2-b^2}$ E) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

Resolución de problemas

40. Se presenta el polinomio que es un cuadrado perfecto.
Determina el valor de λ^2.
$25x^{20}+\lambda x^{18}-70x^{10}+49+4x^{16}-28x^8$

A) 400 B) 500 C) 600
D) 700 E) 800

41. A que es igual el cuádruple de "m" disminuido en 9 de la siguiente relación:

$$\sqrt{m+\sqrt{n}}-\sqrt{m-\sqrt{n}}-3=0$$

A) $\frac{16n}{20}$ B) $\frac{3n}{4}$ C) $\frac{4n}{9}$
D) $\frac{n}{2}$ E) $\frac{n^2}{2}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

42. **Observa los radicales durante un minuto:**

$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m$	
$\sqrt[3]{8a^2}=2\sqrt[3]{a^2}$	
$5\sqrt[3]{x^a}-6\sqrt[3]{x^a}=-\sqrt[3]{x^a}$	
$2\sqrt[5]{a}=\sqrt[5]{2^5a}$	
$\sqrt{2}\sqrt{8}=\sqrt{2.8}=4$	
$\sqrt[5]{\sqrt[4]{7^{20}}}=\sqrt[5.4]{7^{20}}=7$	
$\sqrt{\frac{100}{16}}=\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{16}}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$	
$\sqrt[3]{x},\sqrt[4]{y}\rightarrow\sqrt[12]{x^4},\sqrt[12]{y^3}$	

Luego tápalos y escribe el nombre de las propiedades aplicadas para su respectiva solución en los casilleros, pero en el orden inverso al que tenían.

43. ¿Cuál es la alternativa correcta?

I. $\sqrt[9]{3x}+\sqrt[9]{10x^2}-\sqrt[9]{5x^4}=\sqrt[9]{3x+10x^2-5x^4}$

II. $10\sqrt[3]{R^2}-\frac{2}{3}\sqrt[3]{R^2}+(R^2+2)\sqrt[3]{R^2}=\left(10-\frac{2}{3}+R^2+2\right)\sqrt[3]{R^2}$
$=\left(12-\frac{2}{3}+R^2\right)\sqrt[3]{R^2}=\left(\frac{34}{3}+R^2\right)\sqrt[3]{R^2}$

III. $10\sqrt[3]{R^2}-\frac{2}{3}\sqrt[3]{R^2}+(R^2+2)\sqrt[3]{R^2}=$
$\left((10)^3R^2-\left(\frac{2}{3}\right)^3R^2+(R^2+3)^3R^2\right)^{\frac{1}{3}}=$
$\left((10)^3-\left(\frac{2}{3}\right)^3+(R^2+2)^3\right)R^{\frac{2}{3}}$

IV. $2x^2y\sqrt[5]{x^3y^3}=\sqrt[5]{2^5x^{10}y^5x^3y^3}=\sqrt[5]{2^5x^{13}y^8}$
$=\sqrt[5]{32x^{13}y^8}$

A) Solo I B) I y II C) II y IV
D) I y III E) Todas

Razonamiento y demostración

44. Siendo:
$2^x=\sqrt[4]{16}$
Halla el valor de x^x.

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

45. Efectúa y luego da el valor de **x**.
$\sqrt[4]{16}=2^{x+2}$

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

46. Calcula:

$M = \sqrt[4]{16} + \sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{1}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

47. Efectúa:

$E = \sqrt{\frac{3^5}{3^3} + \frac{4^{10}}{4^8} - 9}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

48. Calcula:

$\sqrt[n]{(2^2 + 2^3 + 2^4)^n}$

A) 26 B) 27 C) 28
D) 29 E) 30

49. Calcula:

$M = \sqrt[k]{2^{2k}} + \sqrt[16]{2^{32}}$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

50. Efectúa:

$\frac{\sqrt{36} + \sqrt{49} + \sqrt{81} + \sqrt{100}}{\sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} - \sqrt{1}}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

51. Calcula:

$\sqrt[5]{\frac{a^{20}b^{25}}{a^{10}b^{15}}}$

A) ab^2 B) a^2b^2 C) ab
D) $\frac{a}{b}$ E) $\frac{b}{a}$

52. Calcula:

$S = \sqrt[8]{\sqrt[3]{8} + \sqrt{16} + 2^8 - \sqrt[3]{1000} - 2^4 + \sqrt{400}}$

A) 3 B) 4 C) 2
D) 1 E) 6

53. Calcula:

$N = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} + 6\sqrt[3]{\frac{16}{81}} + 8\sqrt[3]{\frac{1}{12}} - 4\sqrt[3]{\frac{9}{4}} - \sqrt[3]{18}$

A) 1 B) 2 C) 0
D) 3 E) 4

54. Halla el equivalente de:

$\sqrt{3\sqrt{5} + 2\sqrt{7} + 2\sqrt{6\sqrt{35}}}$

A) $\sqrt[4]{18} + \sqrt[4]{35}$ B) $\sqrt[4]{15} + \sqrt[4]{14}$
C) $\sqrt{45} + \sqrt{28}$ D) $\sqrt[4]{45} + \sqrt[4]{28}$
E) $\sqrt{18} + \sqrt{35}$

55. Calcula:

$$M = \frac{\sqrt[6]{\sqrt[8]{\sqrt[10]{a^{24}}}}}{\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{a}}}\right)^3}$$

A) 0 B) 2 C) 5
D) 1 E) 10

56. Calcula:

$M = \sqrt[3]{9^2 + \sqrt[3]{512} + 5^2 + \sqrt{100} - \sqrt[4]{1} + \sqrt[3]{8}}$

A) 4 B) 8 C) 10
D) 5 E) 15

57. Calcula el valor de k

$k = \sqrt[21]{(20 + 14\sqrt{2})^7} \cdot \sqrt[6]{(20 - 14\sqrt{2})^2}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 4 E) 2

Resolución de problemas

58. Si:

$a = \sqrt{\frac{2}{3}};\ b = \sqrt{\frac{3}{2}};\ c = \sqrt{\frac{6}{5}};\ d = \sqrt{\frac{5}{6}}$

Calcula:

$E = \frac{a^2b + b^2a}{c^2d - d^2c}$

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{6}$
D) $\sqrt{30}$ E) $5\sqrt{5}$

59. Calcula: $V = \sqrt{x^2 + 1}$

Si: $x = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right];\ 0 < b < a$

A) $\frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$ B) $\frac{a+b}{\sqrt{ab}}$ C) $\frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$
D) $\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$ E) $\frac{\sqrt{ab}}{a+b}$

Claves

NIVEL 1

1.
2. A
3. C
4. A
5. B
6. A
7. A
8. C
9. C
10. C
11. C
12. A
13. E
14. B
15. B
16. C
17. D
18. C
19. C

NIVEL 2

20.
21.
22. E
23. C
24. C
25. B
26. A
27. B
28. A
29. B
30. A
31. C
32. A
33. C
34. C
35. C
36. C
37. D
38. E
39. C
40. A
41. C

NIVEL 3

42.
43. C
44. E
45. B
46. E
47. D
48. C
49. B
50. B
51. B
52. C
53. C
54. D
55. D
56. D
57. E
58. E
59. C

Aplicamos lo aprendido



TEMA 5: RACIONALIZACIÓN

1 Racionaliza:

$\dfrac{15}{\sqrt[5]{3}}$

Resolución:

$\dfrac{15}{\sqrt[5]{3}} = \dfrac{15}{\sqrt[5]{3}}.\dfrac{\sqrt[5]{3^4}}{\sqrt[5]{3^4}} = \dfrac{15\sqrt[5]{3^4}}{3} = 5\sqrt[5]{81}$

A) $5\sqrt[5]{9}$　　B) $10\sqrt[5]{3}$　　C) $3\sqrt[3]{3}$
D) $\sqrt[3]{15}$　　(E) $5\sqrt[5]{81}$

2 Racionaliza:

$\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$

Resolución:

$\dfrac{5}{3\sqrt{5}} = \dfrac{5.\sqrt{5}}{3.\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{3.5} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

A) $3\sqrt{5}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　C) $\sqrt{5}$
D) 1　　E) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

3 Racionaliza:

$\dfrac{12}{\sqrt[5]{3}}$

Resolución:

$\dfrac{12}{\sqrt[5]{3}} = \dfrac{12.\sqrt[5]{3^4}}{\sqrt[5]{3}.\sqrt[5]{3^4}} = \dfrac{12.\sqrt[5]{3^4}}{\sqrt[5]{3^5}} = \dfrac{12\sqrt[5]{3^4}}{3}$

$= \dfrac{(12)\sqrt[5]{81}}{3} = 4\sqrt[5]{81}$

(A) $4\sqrt[5]{81}$　　B) $\dfrac{6}{5}\sqrt[3]{81}$　　C) $\dfrac{3}{5}\sqrt[3]{36}$
D) $4\sqrt[5]{27}$　　E) 2

4 Racionaliza:

$\dfrac{6}{\sqrt[3]{2}}$

Resolución:

$\dfrac{6}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{6.\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{6.\sqrt[3]{2^2}}{2} = 3.\sqrt[3]{4}$

A) $2\sqrt[3]{4}$　　B) $8\sqrt[3]{4}$　　C) $\sqrt[3]{4}$
D) $\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$　　(E) $3\sqrt[3]{4}$

5 Luego de racionalizar y simplificar $\dfrac{5}{\sqrt{75}-\sqrt{45}}$; el denominador resulta:

Resolución:

Multiplicamos al dividendo y al divisor por: $(\sqrt{75}+\sqrt{45})$

$\dfrac{5}{(\sqrt{75}-\sqrt{45})} \times \dfrac{(\sqrt{75}+\sqrt{45})}{(\sqrt{75}+\sqrt{45})}$

$= \dfrac{5(\sqrt{75}+\sqrt{45})}{30} = \dfrac{\sqrt{75}+\sqrt{45}}{6}$

A) 1　　B) 3　　C) 5
(D) 6　　E) 15

6 Simplifica:

$\dfrac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \dfrac{12}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

e indica el denominador racionalizado.

Resolución

Racionalizamos:

$\dfrac{2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})} \times \dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})} - \dfrac{12}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \times \dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-6\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

$= -2\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

$\therefore$ Su denominador es 1.

(A) 1　　B) 2　　C) 3
D) 4　　E) 5

7 Calcula el equivalente de:

$$\sqrt{\frac{6+\sqrt{12}}{3-\sqrt{3}}}$$

Resolución:

$$\sqrt{\frac{6+\sqrt{12}}{3-\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{6+2\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}}=\sqrt{2\frac{(3+\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}}$$

$$=\sqrt{\frac{2(3+\sqrt{3})^2}{6}}=\frac{(3+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}+1$$

A) $\sqrt{3}-1$ B) $2-\sqrt{3}$ (C) $1+\sqrt{3}$
D) $2+\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

8 Calcula:

$$S=\frac{1}{1+\frac{3}{\sqrt{8}}}+8$$

Resolución:

$$S=\frac{1}{1+\frac{3}{\sqrt{8}}}+8$$

$$S=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}+3}+8$$

Racionalizamos:

$$S=\frac{\sqrt{8}(3-\sqrt{8})}{(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{8})}+8$$

$$S=3\sqrt{8}-8+8=3\sqrt{8}$$

$$S=3\sqrt{4\times 2}=6\sqrt{2}$$

A) $3\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{2}$ C) 3
(D) $6\sqrt{2}$ E) 2

9 Racionaliza: $M=\dfrac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{8}}$

Indica el denominador.

Resolución:

Racionalizamos:

$$M=\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{8})}{(\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{8})(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{8})}=\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{8})}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{8})^2}=$$

$$M=\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{8})\sqrt{15}}{2\sqrt{15}\sqrt{15}}=\frac{5\sqrt{15}(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{8})}{2\times 15}$$

$$M=\frac{\sqrt{15}(\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{8})}{6}$$

A) 2 B) 4 (C) 6
D) 8 E) 10

10 Señala el denominador racionalizado:

$$\frac{1}{(\sqrt{2}+3)^2+(\sqrt{2}+1)^2}$$

Resolución:

Reducimos:

$$\frac{1}{14+8\sqrt{2}}=\frac{1}{2(7+4\sqrt{2})}$$

Racionalizamos:

$$\frac{1(7-4\sqrt{2})}{2(7+4\sqrt{2})(7-4\sqrt{2})}=\frac{7-4\sqrt{2}}{34}$$

A) 56 B) 89 C) 67
(D) 34 E) 17

11 Racionaliza: $\dfrac{5}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ e indica el denominador.

Resolución:

$$=\frac{5}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{5}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{5}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{5(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{5(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})}{5-(3+2-2\sqrt{6})}=\frac{5(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})}{5-5+2\sqrt{6}}$$

$$=\frac{5(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})}{2\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})}{12}$$

A) 13 (B) 12 C) 16
D) 14 E) 15

12 Calcula: $M=\dfrac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{5}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{3}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

Resolución:

Multiplicamos por la conjugada a cada fracción:

$$M=\frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}-\frac{5(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}-\frac{3(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}$$

$$M=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}=0$$

(A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

13 Racionaliza:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$$

Resolución:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{5}}=\frac{5\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^2}}=\frac{5\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}}=\frac{5\sqrt[3]{5^2}}{5}=\sqrt[3]{25}$$

(A) $\sqrt[3]{25}$ B) $\sqrt[3]{5}$ C) $\sqrt[3]{10}$
D) $\sqrt[3]{11}$ E) 1

14 Efectúa:

$$\frac{10}{\sqrt{2}}-3\sqrt{2}$$

Resolución:

$$\frac{10}{\sqrt{2}}-3\sqrt{2}=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}-3\sqrt{2}=\frac{10\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{2}$$

$$=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

A) $5\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) 1

Claves



1. E	3. A	5. D	7. C	9. C	11. B	13. A
2. B	4. E	6. A	8. D	10. D	12. A	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Marca la veracidad o falsedad, según corresponda:

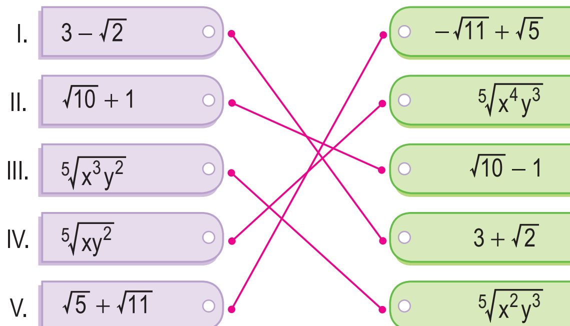
( ) Al factor racionalizante también se le denomina factor opuesto del denominador.

( ) Se pueden racionalizar también a los numeradores de una fracción.

( ) En la racionalización de la forma: $\frac{A}{\sqrt[a]{c^b}}$ se debe cumplir: a < b

A) FFF B) VVF C) FFV
D) FVF E) FVV

2. De los radicales cuadráticos, relaciona con su conjugado:



Razonamiento y demostración

3. Racionaliza: $\frac{8}{3\sqrt{2}}$

A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{6\sqrt{2}}{5}$
D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

4. Racionaliza: $\frac{12}{2\sqrt{3}}$

A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

5. Racionaliza: $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}$

A) $\frac{\sqrt[3]{9}}{3}$ B) $\frac{\sqrt[3]{27}}{2}$ C) $\frac{\sqrt[3]{18}}{3}$
D) $\frac{\sqrt[3]{16}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt[3]{6}}{3}$

6. Racionaliza: $\frac{2}{3-\sqrt{7}}$

A) $3+\sqrt{7}$ B) $2+\sqrt{7}$ C) $2-\sqrt{7}$
D) $3-\sqrt{7}$ E) $6+2\sqrt{7}$

7. Racionaliza: $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

A) $2-\sqrt{5}$ B) $1+\sqrt{5}$ C) $\sqrt{5}+2$
D) $\sqrt{5}-2$ E) $5+\sqrt{2}$

8. Racionaliza: $\frac{2}{\sqrt{8}}$

A) $2\sqrt{8}$ B) $\sqrt{8}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $3\sqrt{8}$

Resolución de problemas

9. Determina el cuádruple del denominador racionalizado.

$$\frac{3}{\sqrt{10}-2}$$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

10. Determina la suma de los valores (para cada valor de **m**), de los denominadores racionalizados.

Para: m = 5 y 7

$$\frac{1}{\sqrt{m}+3}$$

A) –6 B) 5 C) 2
D) 1 E) 0

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Racionaliza cada caso e indica lo incorrecto:

A) $\frac{5}{\sqrt[7]{5^3}}=\sqrt[7]{625}$

B) $\frac{6}{\sqrt{7}-1}=\sqrt{7}+1$

C) $\frac{-10}{\sqrt{5}-\sqrt{6}}=10(\sqrt{6}-\sqrt{5})$

D) $\frac{1}{\sqrt{10}}-\sqrt{\frac{4}{10}}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$

12. "Racionalizar el denominador ________ de una fracción es transformarla en otra fracción ________ de denominador ________ racional".

A) $\sqrt[3]{x^5}$ - igual - x

B) Más una constante - similar - con la constante.

C) O el numerador - equivalente - o numerador.

D) $\sqrt[5]{x^3}$ - diferente - x

E) $(\sqrt{10}+\sqrt{5})$ - desigual - $(\sqrt{10}-\sqrt{5})$

Razonamiento y demostración

13. Efectúa:

$$A=\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}$$

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 0
D) 3 E) 9

14. Efectúa: $M = \frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{2}}{2}$

A) 0 B) $\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $-\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

15. Racionaliza:

$$A = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

A) $\frac{2\sqrt{10}+4}{3}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
C) $\frac{\sqrt{5}+4}{3}$ D) $\frac{\sqrt{10}+4}{2}$
E) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{4}$

16. Racionaliza:

$$\frac{5}{\sqrt{15}+\sqrt{10}}$$

A) $\sqrt{15}+\sqrt{10}$
B) $\sqrt{5}$
C) $\sqrt{10}$
D) $(\sqrt{15}-\sqrt{10})75$
E) $\sqrt{15}-\sqrt{10}$

17. Efectúa: $S = \frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{7\sqrt{3}}{3}$

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
D) $6\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

18. Efectúa:

$$V = \frac{16}{\sqrt{2}} - 8\sqrt{2}$$

A) $4\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{2}$
D) $7\sqrt{2}$ E) 0

Resolución de problemas

19. Determina la suma de los exponentes del denominador racionalizado:

$$\frac{1}{\sqrt[7]{a^5b^2c^3d}}$$

A) 3 B) 4 C) $\sqrt[7]{ab}$
D) $\sqrt[7]{cd}$ E) 2

20. Si luego de racionalizar se obtiene una cantidad subradical de la forma: 7^{tm-p}:

$$\frac{1}{\sqrt[m]{\sqrt[5]{\sqrt[3]{7^5}}}}; m > 1$$

Determina: $\frac{t}{p}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Indica lo correcto:

I. $\frac{7}{\sqrt[3]{7^7}} = \frac{7}{\sqrt[3]{7^7}}\left(\frac{\sqrt[3]{7^{3-7}}}{\sqrt[3]{7^{3-7}}}\right) = \frac{7\sqrt[3]{7^{-4}}}{\sqrt[3]{7^3}}$
$= \frac{7\sqrt[3]{7^{-4}}}{7} = \sqrt[3]{7^{-4}}$

II. $\frac{10}{\sqrt[4]{11^9}} = \frac{10}{\sqrt[4]{11^9}}\left(\frac{\sqrt[4]{11^{9-4}}}{\sqrt[4]{11^{9-4}}}\right)$
$= \frac{10\sqrt[4]{11^5}}{\sqrt[4]{11^{14}}} = 10\sqrt[4]{11^{-9}}$

III. $\frac{8}{\sqrt{32}+\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{32}+\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{32}+\sqrt{2}}{\sqrt{32}+\sqrt{2}}\right)$
$= \frac{8(\sqrt{32}+\sqrt{2})}{34+2(8)} = \frac{20\sqrt{2}}{25}$

IV. $\frac{a^{10}b^{10}c^{10}}{\sqrt[481]{a^{100}b^{373}c^{81}}} =$
$\frac{a^{10}b^{10}c^{10}}{\sqrt[481]{a^{100}b^{373}c^{81}}}\left(\frac{\sqrt[481]{a^{381}b^{108}c^{400}}}{\sqrt[481]{a^{381}b^{108}c^{400}}}\right)$
$= a^9b^9c^9\sqrt[481]{a^{381}b^{108}c^{400}}$

22. Escribe mayor que (>) o menor que (<), según corresponda:

I. $\frac{7}{\sqrt[7]{x^3y^2}}$ ☐ $\frac{7}{\sqrt[7]{x^2y}}$; $\forall$ x, y $\in \mathbb{N}$

II. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ☐ $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

III. $\frac{4}{\sqrt[3]{a^7b^9c^3}}$ ☐ $\frac{4}{\sqrt[3]{a^4b^9c^3}}$; $\forall$ a, b y c $\in \mathbb{N}$

IV. $\frac{9}{\sqrt{11}+2}$ ☐ $\frac{8}{\sqrt{11}-3}$

Razonamiento y demostración

23. Simplifica:

$$\frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 4
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{15}$

24. Simplifica:

$$\frac{15}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})} + \sqrt{14} - \sqrt{35}$$

A) $\sqrt{10}-2$ B) $\sqrt{7}-1$ C) $\sqrt{2}$
D) 1 E) $\sqrt{14}-3$

25. Efectúa:

$$A = \frac{17}{\sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

A) $6\sqrt{3}$ B) $8\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{3}$
D) $\sqrt{3}$ E) 0

26. Halla el valor equivalente de:

$$\sqrt{\frac{6+\sqrt{12}}{3-\sqrt{3}}}$$

A) $\sqrt{3}-1$ B) $\sqrt{3}+1$ C) $\sqrt{3}+2$
D) $\sqrt{3}-2$ E) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

27. Simplifica: $\frac{(5-\sqrt{24})(\sqrt{75}+\sqrt{50})}{\sqrt{75}-\sqrt{50}}$

A) 3 B) 1 C) 5
D) 10 E) -3

28. Simplifica:

$$T = \left(\frac{28}{\sqrt{7}} - \frac{7}{\sqrt{7}}\right)^2 - \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^6$$

A) 7 B) 9 C) 15
D) 36 E) 59

Resolución de problemas

29. Luego de racionalizar, determina $A^{\frac{7}{4}}$.

$$A = \frac{4}{\sqrt[7]{8^3}}$$

A) $\sqrt[4]{2}$ B) $5\sqrt[4]{2}$ C) $2\sqrt[4]{2}$
D) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{2}$ E) 1

30. Calcula la suma del numerador y denominador luego de racionalizar:

$$\frac{(8-2\sqrt{15})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

es:

A) 3 B) 2 C) 1
D) 5 E) 0

Claves

NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3
1. D	11. C	21.
2.	12. C	22.
3. E	13. C	23. D
4. D	14. E	24. A
5. C	15. A	25. C
6. A	16. E	26. B
7. C	17. E	27. B
8. D	18. E	28. D
9. E	19. B	29. C
10. A	20. C	30. A

MARATÓN Matemática

Racionaliza la siguiente expresión y determina el valor numérico para cuando $x = 1$.

$$R(x) = \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$$

Resolución:

Racionalizamos el numerador y denominador:

$$R(x) = \frac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \cdot \frac{(1+\sqrt{x})}{1+\sqrt{x}} \cdot \frac{(\sqrt{2x-1}+\sqrt{x})}{\sqrt{2x-1}+\sqrt{x}}$$

$$R(x) = \frac{(2x-1-x)(1+\sqrt{x})}{(1-x)(\sqrt{2x-1}+\sqrt{x})} = \frac{(x-1)(1+\sqrt{x})}{(1-x)(\sqrt{2x-1}+\sqrt{x})}$$

$$R(x) = -\frac{(1-x)(1+\sqrt{x})}{(1-x)(\sqrt{2x-1}+\sqrt{x})}$$

$$R(x) = \frac{-(1+\sqrt{x})}{\sqrt{2x-1}+\sqrt{x}}$$

Evaluamos en $x = 1$:

$\Rightarrow R(1) = \frac{-2}{2}$

$\therefore R(1) = -1$



1. Con respecto a la siguiente división:

$$\frac{6x^3+x^2+x-8}{x-1} = 6x^2 + mx + 8 \equiv P(x)$$

Responde verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Es una división exacta de cociente de segundo grado. ( )

II. Aplicando el método de Ruffini se demuestra que $m = 7$. ( )

III. Es posible resolverlo por el método Horner. ( )

IV. El valor numérico de $P(6) = 256$. ( )

V. La suma de coeficientes de P(x) es 21. ( )

2. Factoriza e indica el número de factores primos.
$(a-b-c)x^2 + (b+c-a)y^2$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 0

3. Al factorizar: $7x^2 - 5x - 2$ se obtiene $(ax+2)(x-b)$.
Determina: $a - b$

A) 3 B) 5 C) 6
D) 8 E) 10

4. Si la división $\frac{7x^4+2x^3+45x^2+Mx+N}{7x^2+2x-4}$ es exacta, determina M/N.

A) –1/2 B) 1/2 C) 2
D) 4 E) 28

5. Determina el resto luego de dividir:

$$\frac{x^4+2x^3-x^2-2}{x^2+2x-1}$$

A) –2 B) $x+2$ C) $x-2$
D) 1 E) 2

6. Determina a qué opción es equivalente:
$\sqrt{6}+\sqrt{3}$

A) $\sqrt{6+\sqrt{9}}$ B) $\sqrt{9+\sqrt{18}}$ C) $\sqrt{9+2\sqrt{18}}$
D) $\sqrt{36+\sqrt{3}}$ E) $\sqrt{7+\sqrt{5}}$

7. Efectúa:
$\sqrt{5+\sqrt{24}} + (\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{3})(\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{3})$

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

8. Reduce la siguiente expresión:

$$\frac{(a-b)^2}{2} - \frac{(a+b)^2}{2} + 2b^2 + (a+b)(a-b)$$

A) $(a+b)^2$ B) $(a-b)^2$ C) a^2+2ab
D) b^2+2ab E) a^2+b^2

9. Reduce:
$\left(\sqrt{8+\sqrt{28}} - \sqrt{6+\sqrt{20}}\right)^2$

A) $10+\sqrt{5}$ B) $\sqrt{8}+\sqrt{6}$ C) $12+2\sqrt{35}$
D) $12-2\sqrt{35}$ E) $3\sqrt{5}$

10. Determina el resto de dividir:

$$\frac{3x^{18}+7x^{10}+x^2}{(x+1)(x-1)}$$

A) 6 B) 7 C) 11
D) 22 E) 10

11. Indica el factor de multiplicidad 2 en:
$M(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$

A) 2x B) $2x-2$ C) $x+3$
D) $x-6$ E) x



Unidad 3



Álgebra

RECUERDA

Tartaglia [Niccolo Fontana]



(Brescia, actual Italia, 1499 - Venecia, 1557) Matemático italiano, de origen muy humilde, su familia no pudo proporcionarle ningún tipo de educación, de modo que el joven Tartaglia tuvo que aprenderlo todo por su cuenta. Ya adulto, se ganó la vida como profesor itinerante (según permiten conocer sus obras, vivió en Verona, Mantua y Venecia) y a través de su participación en concursos matemáticos. En uno de ellos se planteó la resolución de diversas ecuaciones de la forma $x^3 + px = q$; Tartaglia consiguió averiguar la solución general y obtuvo el premio. Más adelante reveló su método a Gerolamo Cardano, bajo la firme promesa de mantener el secreto, pero este acabó publicándolo en su *Ars magna* de 1545.

Después de que Gerolamo Cardano rompiera su promesa de mantener en secreto su resolución de las ecuaciones de tercer grado, Tartaglia se decidió publicar la importante obra *Problemas e invenciones varias* (1546), cuyos cuatro primeros libros se refieren a la balística y al arte militar, el quinto a la topografía, y los tres siguientes a las fortificaciones y a la estática; muy interesante resulta el noveno, que trata del álgebra y de la resolución de las ecuaciones de tercer grado y de los problemas correspondientes. La parte dedicada al arte de la fortificación fue la que atrajo más la atención de sus contemporáneos: a consecuencia de la invención de la pólvora pírica, el arte de la guerra había experimentado profundas transformaciones que hacían necesarios nuevos medios de ofensiva, y un estudio que sirviese para aumentar su potencia y la precisión en relación con la nueva técnica de fortificar.

Reflexiona

- *Una valía propia saludable surge de la personalidad, la competencia y un conjunto de decisiones acertadas.*
- *Una vez que sepas lo que quieres hacer con tu vida, tus metas, sueños y propósitos, de ahí vendrá tu energía y dejarás de obsesionarte por la apariencia física.*
- *No te obsesiones con la apariencia; esfuérzate por lucir lo mejor que puedas y destacar tus rasgos naturales.*

¡Razona...!

Completa la siguiente multiplicación y da como respuesta la suma de cifras del producto.

			*	1	*	×
			3	*	2	
			*	*	*	
	*	*	2	*		
*	2	*	*			
*	*	*	*	3	0	

A) 24 B) 25 C) 27
D) 18 E) 22

Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: ECUACIONES DE 1.ER GRADO – PLANTEO DE ECUACIONES

1 Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{2} - 2 = 5$$

Resolución:

$\frac{x-1}{2} - 2 = 5 \Rightarrow \frac{x-1}{2} = 5 + 2$

Pasa sumando

$\frac{x-1}{2} = 7 \Rightarrow x - 1 = 2 . 7$

Pasa multiplicando

$x - 1 = 14 \Rightarrow x = 14 + 1 \qquad \therefore x = 15$

Pasa sumando

A) 12 B) 13 C) 17
D) 9 E) 15 (circled)

2 Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x-1}{3} + \frac{x}{4} = 2$$

Resolución:

Calculamos el MCM de los denominadores:

3	4	3
1	4	4
1	1	

$\Rightarrow$ MCM (3; 4) = 3 . 4 = 12

Se multiplica a toda la igualdad por dicho MCM:

$12\left(\frac{x-1}{3}\right) + 12\left(\frac{x}{4}\right) = 12 . 2$

Se simplifica con su respectivo denominador y se multiplica por su numerador: $4(x-1) + 3x = 24 \Rightarrow 4x - 4 + 3x = 24$

$4x + 3x = 24 + 4 \Rightarrow 7x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{7} \qquad \therefore x = 4$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 (circled) E) 5

3 Calcula x en:

$$2x + 3 = 7x - 7$$

Resolución:

$7x - 2x = 7 + 3$

$5x = 10$

$\therefore x = 2$

A) 0 B) 1 C) 2 (circled)
D) 3 E) 4

4 Calcula x en:

$$\frac{x+1}{5} = \frac{3x-9}{3}$$

Resolución:

Multiplicando en aspa:

$\frac{x+1}{5} = \frac{3x-9}{3} \Rightarrow 3(x+1) = 5(3x-9)$

$3x + 3 = 15x - 45$

$3x - 15x = -45 - 3$

$-12x = -48$

$x = \frac{-48}{-12} \qquad \therefore x = 4$

A) 0 B) 4 (circled) C) 2
D) 3 E) 7

5 Halla el valor de x en:

$$\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = \frac{x-6}{2}$$

Resolución:

$\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = \frac{x-6}{2} \Rightarrow \frac{5x-6x}{10} = \frac{x-6}{2}$

$10x - 12x = 10x - 60$

$12x = 60$

$\therefore x = 5$

A) 5 (circled) B) 17 C) 2
D) 4 E) 3

6 Resuelve la siguiente ecuación:

$$(x+4)(x+1) = (x+2)^2$$

Resolución:

$(x+4)(x+1) = (x+2)^2$

$x^2 + 5x + 4 = x^2 + 4x + 4$

$5x - 4x = 4 - 4$

$\therefore x = 0$

A) 1 B) 3 C) 6
D) 5 E) 0 (circled)

7 Resuelve la siguiente ecuación:

$(x + 3)(x + 2) = (x - 2)(x + 1)$

Resolución:

$(x + 3)(x + 2) = (x - 2)(x + 1)$

$x^2 + 5x + 6 = x^2 - x - 2$

$5x + x = -6 - 2$

$6x = -8$

$\therefore x = -\frac{4}{3}$

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$
D) 2 E) –2

8 Resuelve:

$(x - 2)^2 = 1 + (3 - x)^2$

Resolución:

$(x - 2)^2 = 1 + (3 - x)^2$

$x^2 - 4x + 4 = 1 + 9 - 6x + x^2$

$2x = 6$

$\therefore x = 3$

A) 3 B) 2 C) 1
D) 0 E) 7

9 El quíntuplo de un número, aumentado en 8 es igual al triple del mismo aumentado en 6. Halla el valor de dicho número.

Resolución:

Sea el número x, entonces:

$5x + 8 = 3(x + 6)$

$5x - 3x = 18 - 8$

$2x = 10 \Rightarrow x = 5$

$\therefore$ el número es 5.

A) 5 B) 1 C) 2
D) 9 E) 7

10 La suma de un número con su cuádruple, resulta igual a 75. ¿Cuál es dicho número?

Resolución:

Sea el número: x

El cuádruple del número: 4x

Del enunciado: $x + 4x = 75 \Rightarrow 5x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{5} = 15$

$\therefore$ El número es 15.

A) 10 B) 13 C) 12
D) 15 E) 20

11 Halla el valor de x en la ecuación:

$\frac{2x - 3}{x + 4} = \frac{7}{9}$

Resolución:

Resolviendo: $\frac{2x - 3}{x + 4} = \frac{7}{9}$

Multiplicando en aspa:

$18x - 27 = 7x + 28$

$11x = 55 \Rightarrow x = 5$

A) 4 B) 9 C) 8
D) 5 E) 6

12 Resuelve la siguiente ecuación:

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 26$

Resolución:

Calculamos el MCM de los denominadores:

2	3	4	2
1	3	2	2
1	3	1	3
1	1	1	

$\Rightarrow MCM(2; 3; 4) = 2 \times 2 \times 3 = 12$

Multiplicando a toda la igualdad por el MCM:

$12\left(\frac{x}{2}\right) + 12\left(\frac{x}{3}\right) + 12\left(\frac{x}{4}\right) = 12 . 26$

$6x + 4x + 3x = 312$

$\Rightarrow 13x = 312 \Rightarrow x = \frac{312}{13}$

$\therefore x = 24$

A) 18 B) 19 C) 20
D) 17 E) 24

13 Uno de dos ángulos complementarios tiene 2/3 de la medida del otro. Calcula las medidas de los dos ángulos.

Resolución:

Por ser complementarios ambos ángulos suman 90°, luego: sea α uno de los ángulos, entonces:

$\alpha + \frac{2}{3}\alpha = 90° \Rightarrow \alpha = 54°$

$\Rightarrow \frac{2}{3}\alpha = \frac{2}{3}(54°) = 36°$

$\therefore$ Los ángulos son 36° y 54°.

A) 36° y 54° B) 20° y 70° C) 30° y 60°
D) 15 y 75° E) 10° y 80°

14 Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo están en la relación de 5 a 13. Halla el valor del mayor de dichos ángulos.

Resolución:

$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{5\alpha}{13\alpha}$

Sabemos que la suma de los ángulos agudos del triángulo rectángulo es 90°.

Entonces:

$5\alpha + 13\alpha = 90°$

$18\alpha = 90°$

$\alpha = 5°$

Nos piden:

$13\alpha = 13(5°) = 65°$

A) 70° B) 65° C) 75°
D) 60° E) 78°



Claves

1. E 3. C 5. A 7. B 9. A 11. D 13. A
2. D 4. B 6. E 8. A 10. D 12. E 14. B

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Búsqueda de palabras:

C	F	Y	B	N	J	A	C	I	O	N	K	O	Z	S
T	A	R	D	Q	D	A	D	L	A	U	G	I	C	A
W	I	T	A	Y	I	P	Q	C	G	R	S	Z	I	X
H	C	D	E	C	K	T	L	D	T	R	A	S	D	K
N	V	B	V	F	C	H	A	B	G	L	F	B	E	I
O	S	E	R	P	E	I	N	Q	X	F	R	M	N	X
I	N	O	I	C	I	S	O	P	S	N	A	R	T	S
C	I	D	E	N	O	E	I	N	K	F	N	A	I	L
A	C	A	X	Z	J	B	C	Y	A	Q	U	V	D	T
U	D	P	L	E	C	U	A	C	I	R	G	L	A	H
C	E	F	O	S	P	H	R	O	R	M	I	V	D	Y
E	A	D	W	M	L	G	R	P	N	A	T	A	N	J
O	I	N	V	O	G	N	I	T	A	I	R	G	Q	T
K	H	X	J	Z	M	E	I	V	Y	G	I	H	S	Z
N	E	T	N	E	D	N	E	C	S	A	R	T	J	M

IDENTIDAD — ECUACIÓN — IRRACIONAL

INCÓGNITA — IGUALDAD — TRANSPOSICIÓN

FRACCIONARIA — TRASCENDENTE

2. Luego de resolver la siguiente ecuación:

$2x + 3 = 28 - 3x$

Se afirma que:

I. La solución o raíz es 5. ...( )

II. Transponiendo términos se obtiene: $5x = 25$ ...( )

III. Es una ecuación fraccionaria. ...( )

Luego, la alternativa correcta es:

A) FVF B) VFV C) VVF D) FFF E) FFV

Razonamiento y demostración

Determina el valor de x para cada caso:

3. $(3x + 2) - (-x - 1) = (2x + 4) + (x + 3)$

A) 3 B) 6 C) 8 D) 10 E) 4

4. $2(3x - 6) = 2x + 8$

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 12

5. $\frac{x-5}{2} = 12$

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

6. $4x + 9 = 2x - 3 + x$

A) –12 B) –6 C) –18 D) –20 E) 20

7. $4(x + 3) = 9x + 7$

A) 2 B) 3 C) 1
D) –3 E) –6

8. $3(x + 2) - 5(4 - 7x) = 8$

A) $\frac{11}{13}$ B) $\frac{7}{19}$ C) $\frac{11}{7}$

D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{11}{19}$

9. $5x + 3(x - 1) = 4(x - 2)$

A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) 4

D) –4 E) –3

10. $3(2x + 5) = 2(4x + 5) + 9$

A) 2 B) –3 C) –2
D) 3 E) 4

11. $\frac{8x}{3} - 5 = 1 + 3 + 5 + 2$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 12

12. $4x - 8 + 9 = 7x + 18$

A) $-\frac{17}{3}$ B) $-\frac{15}{7}$ C) –3

D) –2 E) –1

13. $4(x - 1) + (x + 3)2 - 5(x - 1) = 10$

A) 3 B) 2 C) 5
D) 8 E) 9

Resolución de problemas

14. ¿Cuál es el número que aumentado en 8 unidades produce un resultado igual al que se obtiene dividiéndolo entre 3/5?

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

15. Un taxista cobra **t** soles por los **r** primeros kilómetros y **s** soles por cada kilómetro adicional. ¿Cuántos kilómetros recorrió si cobró v soles? (v > t)

A) $t + \frac{(v-r)}{s}$ B) $r + \frac{(v-t)}{s}$ C) $r - \frac{(v-t)}{s}$

D) $r + \frac{(v+t)}{s}$ E) $t + \frac{(v+r)}{s}$

16. Un ángulo agudo de un triángulo rectángulo mide la mitad del otro ángulo, menos 30°. Calcula las medidas de los dos ángulos.

A) 5° y 85° B) 20° y 70° C) 80° y 10°
D) 1° y 89° E) 75° y 15°

NIVEL 2

Comunicación matemática

17. De la ecuación:

$$\frac{9x}{3} - 5 = \frac{4x}{2} + 7$$

Se afirma que:

I. La solución o raíz es –12. ...( )
II. El MCM de los denominadores es 6. ...( )
III. Es una igualdad condicional. ...( )

Luego, la alternativa correcta es:

A) VVF B) FVF C) VFV
D) FFV E) VVV

18. Relaciona cada ecuación con su respectiva raíz.

A. $\frac{7-x}{2} = 21$

B. $\frac{7x}{2} = 21$

C. $\frac{3x}{2} = 7$

D. $\frac{x+3}{2} = 7$

E. $\frac{x+7}{2} = 3$

F. $\frac{7x}{2} = 3$

G. $\frac{x+21}{2} = 7$

H. $\frac{21x}{2} = 7$

- $x = 14 - 21$
- $x = \frac{6}{7}$
- $x = 6 - 7$
- $x = 14 - 3$
- $x = 6$
- $x = 7 - 42$
- $x = \frac{14}{3}$
- $x = \frac{2}{3}$

Razonamiento y demostración

Halla el valor de x en cada caso:

19. $\frac{6x}{5} - 1 = 17$

A) 18 B) 20 C) 24 D) 30 E) 15

20. $\frac{x-1}{3} - 4 = 2$

A) 36 B) 49 C) 64 D) 19 E) 25

21. $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{11}{8}$

A) 8 B) 4 C) 2 D) 6 E) 7

22. $(x + 2)^2 - 3 = x^2 + 17$

A) 3 B) 1 C) 6 D) 5 E) 4

23. $(x + 7)(x + 1) = (x + 2)(x + 5)$

A) 1 B) 4 C) 6 D) 5 E) 3

24. $\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = \frac{x-6}{2}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

25. $\frac{3-x}{4-x} = \frac{8}{7}$

A) 10 B) 9 C) 11 D) 7 E) 0

26. $\frac{7x}{2} + 3 = 24$

A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 10

27. Calcula el valor de x:

$(x + 3)^2 - 5x = x^2 + 15$

A) 5 B) 6 C) 3 D) 1 E) 9

Resolución de problemas

28. Si compro 15 pantalones y 7 camisas, gasto S/.415. Sabiendo que el precio de cada pantalón excede en S/.13 al de una camisa. ¿Cuánto cuesta un pantalón?

A) S/.10 B) S/.17 C) S/.23 D) S/.25 E) S/.28

29. Un ángulo de un triángulo mide 12° menos que el segundo. El tercer ángulo mide 18°, más que el complemento del segundo ángulo. Calcula las medidas de los tres ángulos.

A) 1°; 5°; 174° B) 30°; 20°; 130° C) 40; 40°; 100°
D) 84°; 72°; 24° E) 96º; 60º; 24º

NIVEL 3

Comunicación matemática

30. La ecuación:

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{2x} - \frac{8}{2} = \frac{5}{5} - \frac{1}{2x} - \frac{x}{3}$$

Según su estructura algebraica se clasifica como una:

I. Ecuación fraccionaria. ...( )
II. Ecuación irracional. ...( )
III. Ecuación trascendente. ...( )

Luego, la alternativa correcta es:

A) VFV B) VVF C) VFF
D) FFV E) FVV

31. Resuelve cada ecuación. Las incógnitas determinadas ubícalas en su respectivo recuadro del valor de su raíz, de esta manera formarás el nombre por el cual se le conoce a una ciudad.

A. $5(A + 1) - 5 = 2(A - 3) + 12$
B. $(L + 1) = -31L + 3(2 + 5L) + 8$
C. $2(O - 1) + 2 = (O - 2) - 5 - 2(O + 3) + 28$
D. $7(N + 2) - 10 = 2(N + 1) + 19 - (3N - 1) + 6$

E. $5(N + 2) + 7 = 2N - 1 - (N + 1) + 20$

F. $5\{S - 2[3(S - 1) + 10(S + 1)]\} = 55$

G. $\dfrac{5A - 3}{2A + 1} = \dfrac{2}{7}$

H. $\dfrac{E + 52}{11 - E} = \dfrac{5}{2}$

I. $\dfrac{R - 10}{R + 17} = -\dfrac{2}{7}$

J. $\dfrac{A - 1}{8A + 7} = \dfrac{1}{11}$

K. $\dfrac{12B + 25}{2B + 1} = 5$

L. $\dfrac{6 - T}{T + 16} = \dfrac{1}{3}$

M. $\dfrac{I + 3}{I - 1} + \dfrac{6I + 5}{I - 5} = 7$

N. $\dfrac{L + 3}{L - 1} - \dfrac{L - 7}{L + 6}$

O. $\dfrac{C + 1}{C - 3} = \dfrac{C + 2}{C - 1}$

P. $T + \dfrac{17}{3} = \dfrac{56T}{33} + \dfrac{70}{11}$

¿A qué ciudad se le conoce con este nombre?

$-\dfrac{11}{17}$	2



$\frac{55}{39}$	$\frac{1}{4}$	–5	5	$\frac{13}{4}$	$\frac{1}{2}$	4	6	$\frac{3}{25}$	–1	$\frac{23}{31}$	–10	1	–7

Razonamiento y demostración

Determina el valor de x para cada caso:

32. $\dfrac{2x}{3} - \dfrac{4x}{7} = 4$

A) 40 B) 42 C) 84
D) 80 E) 86

33. $\dfrac{ax - 1}{1 - bx} = \dfrac{a}{b}$

A) $\dfrac{a + b}{2ab}$ B) $\dfrac{a + b}{2}$ C) ab
D) $\dfrac{ab}{a - b}$ E) $\dfrac{ab}{a + b}$

34. $\dfrac{\frac{x}{2} + 4}{5} - 8 = 13$

A) 111 B) 211 C) 312
D) 316 E) 202

35. $\dfrac{3x - 6}{4x + 3} = \dfrac{3}{5}$

A) 55 B) 12 C) 32
D) 15 E) 13

36. $\dfrac{3x + 4}{2x + 1} = \left(\dfrac{7}{8}\right)^{-1}$

A) 1 B) –3 C) –4
D) –2 E) –6

37. $\dfrac{2x + 1}{5} = \dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{15}{7}}$

A) 3 B) $\dfrac{1}{6}$ C) – 2
D) 2 E) $-\dfrac{1}{6}$

38. $(x + 5)^2 = (x + 3)^2 + 36$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

39. $(4 - 5x)(4x - 5) = (10x - 3)(7 - 2x)$

A) 1/15 B) 2/35 C) 1/35
D) 4/9 E) 3/17

40. $(x - 2)^2 = (x + 3)^2 + 5$

A) –2 B) –1 C) 0 D) 3 E) 5

Resolución de problemas

41. Un carpintero vende la cuarta parte de sus muebles. ¿Cuántos muebles tenía inicialmente, si al final se quedó con 21 muebles?

A) 12 B) 16 C) 25
D) 28 E) 32

42. Un ángulo de un triángulo mide 6° más que el segundo. El tercer ángulo mide 4° menos que tres veces la suma de las medidas de los otros primeros ángulos. Calcula las medidas de los tres ángulos.

A) 1°; 10° y 169° B) 20°; 50° y 110° C) 30°; 60° y 90°
D) 17°; 37° y 126° E) 20°; 26° y 134°

Claves

NIVEL 1
1.
2. C
3. E
4. A
5. D
6. A
7. C
8. E
9. B
10. C
11. A
12. A
13. A
14. B
15. B
16. C

NIVEL 2
17. D
18.
19. E
20. D
21. E
22. E
23. E
24. E
25. C
26. B
27. B
28. C
29. D

NIVEL 3
30. C
31.
32. B
33. A
34. E
35. E
36. C
37. E
38. E
39. C
40. B
41. D
42. E

Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

1 Halla x:

$x + y = 12$
$x - y = 4$

Resolución:

$x + y = 12$
$x - y = 4$ ↓(+)
$2x = 16$
$x = 8$

A) 4 B) 6 C) 9
D) 8 (circled) E) 3

2 Halla y:

$x + y = 60$
$x - y = 48$

Resolución:

$x + y = 60$
$x - y = 48$ ↓(–)
$2y = 12$
$y = 6$

A) 5 B) 6 (circled) C) 8
D) 4 E) 7

3 Halla y:

$7x - 2y = -1$
$4x + 3y = 16$

Resolución:

$7x - 2y = -1$ ...(1)
$4x + 3y = 16$ ...(2)

Multiplicamos por 7 a (2) y por 4 a (1):

$28x - 8y = -4$
$28x + 21y = 112$ ↓(–)
$-29y = -116$
$y = 4$

A) 4 (circled) B) 1 C) 2
D) 3 E) 6

4 Halla x:

$8x + 2y = 13$
$8x - 2y = 3$

Resolución:

$8x + 2y = 13$
$8x - 2y = 3$ ↓(+)
$16x = 16$
$x = 1$

A) 2 B) 0 C) 3
D) 4 E) 1 (circled)

5 Halla y:

$7x + 3y = 60$
$7x - 3y = 12$

Resolución:

$7x + 3y = 60$
$7x - 3y = 12$ ↓(–)
$6y = 48$
$y = 8$

A) 7 B) 10 C) 8 (circled)
D) 9 E) 4

6 Halla y:

$x + 2y = 28$
$x - 3y = 8$

Resolución:

$x + 2y = 28$
$x - 3y = 8$ ↓(–)
$5y = 20$
$y = 4$

A) 10 B) 20 C) 18
D) 5 E) 4 (circled)

7 Halla y:

$6x + y = 20$
$6x - y = 8$

Resolución:

$6x + y = 20 \Rightarrow 6x = 20 - y$ ...(1)
$6x - y = 8 \Rightarrow 6x = 8 + y$ ...(2)
De (1) y (2):
$20 - y = 8 + y$
$20 - 8 = 2y$
$12 = 2y$
$\therefore y = 6$

A) 5 B) 7 C) 4
(D) 6 E) 9

8 Halla a:

$9a - b = 29$
$4a - b = 14$

Resolución:

$9a - b = 29 \Rightarrow b = 9a - 29$ ...(1)
$4a - b = 14 \Rightarrow b = 4a - 14$ ...(2)

Igualamos (1) y (2):
$9a - 29 = 4a - 14$
$5a = 15 \Rightarrow a = 3$

A) –2 B) 2 C) 4
(D) 3 E) –3

9 Halla x en:

$2x + y = 12$
$3x - y = 23$

Resolución:

$2x + y = 12$
$3x - y = 23$ (+)
$5x = 35$
$\therefore x = 7$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 (E) 7

10 Halla x en:

$3x + y = 21$
$7x + 2y = 47$

Resolución:

$3x + y = 21$ ...(1)
$7x + 2y = 47$ ...(2)
Multiplicamos por 2 a (1):
$6x + 2y = 42$
$7x + 2y = 47$ (–)
$-x = -5$
$\therefore x = 5$

A) 3 B) 4 (C) 5
D) 6 E) 7

11 Resuelve:

$\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$ e indica xy.

Resolución:

$2x - 3y = 9$ ...(1)
$4x - y = 8 \Rightarrow y = 4x - 8$
Reemplazamos $y = 4x - 8$ en (1):
$2x - 3(4x - 8) = 9$
$2x - 12x + 24 = 9$
$-10x = 9 - 24$

$-10x = -15 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$
Reemplazamos este valor en (1):
$2\left(\frac{3}{2}\right) - 3y = 9$
$3 - 3y = 9 \Rightarrow y = -2$
$\therefore xy = -3$

A) –2 (B) –3 C) –5
D) 2 E) 6

12 En el sistema:

$2x + y = m + 3$
$3x - y = 8$
Halla m, si x = 5.

Resolución:

$\begin{cases} 2x + y = m + 3 & \text{...(1)} \\ 3x - y = 8 & \text{...(2)} \end{cases}$
Reemplazamos x = 5 en la ecuación (2):
$3(5) - y = 8$
$15 - y = 8 \Rightarrow y = 7$

Reemplazamos
x = 5; y = 7
en la ecuación (1):
$2(5) + 7 = m + 3$
$17 = m + 3$
$\therefore m = 14$

A) 10 B) 8 C) 6
D) 12 (E) 14

13 Determina el valor de: x^y

$3x + 9y = 15$
$x - y = 1$

Resolución:

$3x + 9y = 15$
$9x - 9y = 9$ (+)
$12x = 24$
$x = 2$

Reemplazamos el valor de x:
$x - y = 1$
$2 - y = 1$
$y = 1$
$\therefore x^y = 2^1 = 2$

A) –2 B) 1 C) 8
(D) 2 E) 3

14 En el sistema:

$4x + y = 19$
$5x - ny = 14$
Halla: n; si y = 3

Resolución:

$\begin{cases} 4x + y = 19 & \text{...(1)} \\ 5x - ny = 8 & \text{...(2)} \end{cases}$
Reemplazamos y = 3 en la ecuación (1):
$4x + 3 = 19$
$4x = 16 \Rightarrow x = 4$

Reemplazamos
x = 4; y = 3
en la ecuación (2):
$5(4) - n(3) = 14$
$20 - 3n = 14$
$6 = 3n$
$\Rightarrow n = 2$

(A) 2 B) 1 C) 3
D) 0 E) 4



Claves

1. D	3. A	5. C	7. D	9. E	11. B	13. D
2. B	4. E	6. E	8. D	10. C	12. E	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En esta sopa de letras se han perdido los 3 métodos de solución para sistemas lineales

¡ENCUÉNTRALOS!

A	E	J	B	E	K	Y	C	I	F	Z	J	A
F	N	O	I	C	A	L	A	U	G	I	M	L
R	G	H	D	B	F	S	C	O	G	T	L	H
S	N	O	I	C	U	T	I	T	S	U	S	X
U	I	P	X	M	E	H	P	N	E	Q	N	G
S	P	D	E	R	J	D	O	V	R	O	D	T
T	Q	S	Y	D	T	I	Y	N	Q	W	O	Z
Q	S	U	S	T	C	N	R	W	D	E	R	L
Z	M	S	T	C	M	Z	L	U	I	V	W	A
X	B	A	U	A	C	V	C	Y	Z	K	R	U
L	R	D	U	F	I	G	U	A	L	G	H	G
X	E	U	I	B	S	J	V	T	K	R	S	I
R	W	K	R	E	D	U	C	C	O	N	P	W

2. Completa en los recuadros en blanco lo que corresponda, siguiendo la secuencia para llegar a la solución.

Determinamos el valor de (y – x) del sistema:

$\frac{x-3}{3} - \frac{y-4}{4} = 0$ ...(1)

$\frac{x-4}{2} + \frac{y+2}{5} = 3$ ...(2)

- **De (1), eliminamos los denominadores:**

  $\boxed{4}(x-3) - \boxed{3}(y-4) = 0$

  $4x - \boxed{3}y = 0$ ...(3)

- **Haciendo lo mismo con (2):**

  $\boxed{5}(x-4) + \boxed{2}(y+2) = 3 \,.\, 10$

  $\boxed{5}x + 2y = 46$ ...(4)

- **A la ecuación (3) la multiplicamos miembro a miembro por 2 y a la ecuación (4) por 3 también miembro a miembro, obteniendo:**

  $8x - \boxed{6}y = 0$ ...(5)

  $\boxed{15}x + 6y = 46 \,.\, \boxed{3}$ ...(6)

- **Sumamos (5) y (6):**

  $(8 + \boxed{15})x = 46 \,.\, \boxed{3}$

  $\boxed{23}x = \boxed{138}$

  $x = 6$ ...(7)

- **Reemplazamos (7) en (3):**

  $y = \frac{4x}{\boxed{3}}$

  $y = \frac{4.\boxed{6}}{3}$

  $y = \boxed{8}$ ...(8)

- **Nos piden:**

  $y - x = \boxed{8} - \boxed{6} = \boxed{2}$

Razonamiento y demostración

3. Halla y:

$x + y = 5$
$x - y = 1$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 6

4. Halla y:

$x + y = 20$
$x - y = 8$

A) 5 B) 4 C) 6
D) 7 E) 8

5. Halla x:

$x + y = 3$
$5x - 2y = 8$

A) 1 B) 3 C) 2
D) 4 E) –4

6. Halla x:

$4x + 3y = 30$
$4x - 3y = 18$

A) 5 B) 4 C) 9
D) 6 E) 10

7. Halla a:

$5a - 4b = 24$
$a + b = 3$

A) –1 B) 1 C) –4
D) 3 E) 4

8. Halla x:

$x + 3y = 8$
$x - 3y = 2$

A) 6 B) 5 C) 7
D) 10 E) 12

9. Halla y:

$x + y = 60$
$x - y = 24$

A) 14 B) 18 C) 16
D) 20 E) 12

10. Halla x:

$6x + 8y = 60$
$6x - 8y = 12$

A) 6 B) 8 C) 12
D) 14 E) 9

11. Resuelve:

$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$ e indica xy.

A) 4 B) 12 C) 6
D) 8 E) 10

Resolución de problemas

12. La diferencia de dos números es 328, el cociente es 12 y el residuo es 20. Halla la suma de dichos números.

A) 358 B) 384 C) 356
D) 346 E) 406

13. La suma de dos números es 103, el residuo y el cociente de su división son 5 y 13 respectivamente. ¿Cuál es el número mayor?

A) 13 B) 65 C) 96
D) 100 E) 103

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Examen de Admisión UNI 2008–II (matemática).

- Para los enteros positivos a y b se define:
  $a \# b = a^{2b-1}$
- Si x e y son enteros positivos:
  $x \# y = 32$

¿Cuál de los siguientes números podrían ser el valor de y?

I. 1 II. 2 III. 3

A) Solo I B) Solo III C) I y III
D) II y III E) I; II y III

15. Qué sistema lineal es el adecuado para dar solución al problema: La suma de dos números es 84. El triple del menor excede en 12 al mayor. Determina el menor de dichos números.
Siendo x e y los números, donde: $x > y$

I. $x + y = 84$
$3x - y = -12$

II. $x + y = 84$
$3x = y + 12$

III. $x + y = 84$
$3y = x + 12$

IV. $x + y = 84$
$3y + x = 12$

Razonamiento y demostración

16. Halla x:
$7x - 5y = 23$
$2x + y = 9$

A) 4 B) 3 C) 6
D) 1 E) 8

17. Halla y:
$3x - 5y = -11$
$2x - 8y = -26$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

18. Halla y:
$8x + y = 2$
$4x - 3y = -34$

A) 10 B) –1 C) 2
D) 3 E) 4

19. Calcula el valor de a:
$9b - 2a = 17$
$12b + a = 41$

A) 4 B) 3 C) 5
D) 8 E) 12

20. Halla x:
$5x - 4y = 14$
$6x - y = 51$

A) 9 B) 12 C) 10
D) 18 E) 20

21. Halla m:
$8m - 2n = 20$
$7m + 3n = 65$

A) 5 B) 10 C) 12
D) 8 E) 20

22. Halla x:
$12x - y = 50$
$8x + 3y = 70$

A) 6 B) 10 C) 8
D) 5 E) 12

23. Halla m:
$3m + 2n = 24$
$5m - n = 27$

A) 8 B) 7 C) –7
D) 6 E) –8

24. Halla y:
$9y + 2x = 42$
$7y - x = 25$

A) 3 B) 6 C) 5
D) 4 E) 8

Resolución de problemas

25. La diferencia de dos números es 40. Si el mayor se disminuye en 4, se obtiene el cuádruple del menor. Halla el producto de los números dados.

A) 620 B) 624 C) 324
D) 402 E) 604

26. Un alumno le dice a otro: "Si quiero comprar 15 chocolates me faltan 10 soles, pero comprando tan solo 10 me sobra 15 soles". ¿Cuánto dinero tenía?

A) S/.30 B) S/.40 C) S/.50
D) S/.65 E) S/.70

NIVEL 3

Comunicación matemática

27. Verifica el valor de verdad (V) o falsedad (F), según corresponda:

I. $x + y = 12$ El valor de xy $x - y = 6$ es 27. ☐

II. $x + 2y = 3$
No es cierto que $4x + 5y = 6$ y^x valga 1/2. ☐

III. $x + y = 10$, $x - y = 20$ $\frac{x}{y}$ vale –2. ☐

IV. $x + 3y = 15$, $x + 5y = 5$ $\frac{x}{y}$ vale – 6. ☐

V. $2x + y = 12$, $x - y = 6$ El valor de x^{y^x} es 1. ☐

VI. $2x + y = 20$, $2x + 5y = 12$ x^{-y} vale 125. ☐

28. Relaciona cada sistema de ecuaciones con sus soluciones:

Sistema	Solución
A. $2x + y = 10$; $3x - y = 5$	$x = 3 \wedge y = 1$
B. $3x + y = 10$; $2x - y = 5$	$x = \frac{c + e}{a + d}$; y = cte
C. $2x + y = 5$; $3x - y = 10$	$x = \frac{e - c}{d - a}$; y = cte
D. $3x + y = 5$; $2x - y = 10$	$x = 3 \wedge y = -4$
E. $ax + by = c$; $dx - by = e$	$x = \frac{cb - ae}{b^2 - a^2}$; y = cte
F. $dx + by = c$; $ax + by = e$	$x = 3 \wedge y = 4$
G. $dx + by = e$; $ax + by = c$	$x = 3 \wedge y = -1$
H. $bx + ay = c$; $ax + by = e$	$x = \frac{c - e}{d - a}$; y = cte

Razonamiento y demostración

29. Resuelve por el método de igualación si:

$18x - 15y = -27$
$20x + 15y = 65$
Halla: $x^2 + y$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 4 E) 7

30. Resuelve: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$; $\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 1$; $a \wedge b$ ctes.

e indica el numerador del valor de x.

A) ab(a + b) B) $a^2 + b^2$ C) ab – 1
D) ab + 1 E) a + b

31. Halla y:
$4x + 5y = 25$
$7x - y = 34$

A) 0 B) 6 C) 7 D) – 4 E) 1

32. Halla x:
$6x - 4y = 10$
$3x + y = 11$

A) 1 B) 0 C) 8 D) 3 E) 6

33. Halla x:
$4x + y = 10$
$2x + 3y = 0$

A) 2 B) – 3 C) 4 D) 3 E) – 2

34. Halla a:
$6a + 7b = 15$
$8a - 5b = -23$

A) – 3 B) 3 C) –1 D) 4 E) 6

Resolución de problemas

35. Pedro dice: "Tengo el doble de hermanas que de hermanos, pero mi hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos". ¿Cuántos hijos somos?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

36. Al resolver el sistema:
$5x - 4y = -14$
$2x + 3y = k$
Se halla que y es el triple de x, entonces ¿cuál es el valor de k?

A) 21 B) 25 C) 2 D) 5 E) 22

Claves

NIVEL 1	8. B	15.	23. D	30. A
1.	9. B	16. A	24. D	31. E
2.	10. A	17. B	25. B	32. D
3. A	11. C	18. A	26. D	33. D
4. C	12. B	19. C	NIVEL 3	34. C
5. C	13. C	20. C	27.	35. B
6. D	NIVEL 2	21. A	28.	36. E
7. E	14. C	22. D	29. D	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: ECUACIONES DE 2.° GRADO – PLANTEO DE ECUACIONES

1 Resuelve:

$3x^2 + 4x + 1 = 0$

Indica la menor raíz.

Resolución:

$3x^2 + 4x + 1 = 0$

$3x \quad 1$

$x \quad 1$

$(3x + 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1 \lor x = -\frac{1}{3}$

$\therefore$ La menor raíz es $x = -1$.

(A) -1 B) $-\frac{1}{3}$ C) -3

D) 1 E) $\frac{1}{3}$

2 Resuelve:

$x^2 - 7x - 1 = 0$

Resolución:

$x^2 - 7x - 1 = 0$

$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 4}}{2}$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{53}}{2}$

A) $5 \pm \sqrt{57}$ B) $\frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$ C) $\frac{5 \pm \sqrt{51}}{2}$

D) $4 \pm \sqrt{59}$ (E) $\frac{7 \pm \sqrt{53}}{2}$

3 Resuelve: $x^2 + (1 + i)x + i = 0$

Resolución:

$x^2 + (1 + i)x + i = 0$

$x \quad i$

$x \quad 1$

$(x + i)(x + 1) = 0$

$x + i = 0 \quad \lor \quad x + 1 = 0$

$x = -i \qquad x = -1$

$CS = \{-1; -i\}$

(A) $\{-1; -i\}$ B) $\{1; i\}$ C) $\{-1; i\}$

D) Ø E) $\{1; 0\}$

4 Resuelve:

$x^2 - 5x + 5 = 0$ e indica su menor raíz.

Resolución:

$x^2 - 5x + 5 = 0$

Por fórmula general:

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 20}}{2}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$

$CS = \left\{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}; \frac{5 + \sqrt{5}}{2}\right\}$

$\therefore$ La menor raíz: $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$

A) $\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ (B) $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{5 + \sqrt{5}}{3}$

D) $5 + \sqrt{5}$ E) $5 - \sqrt{5}$

5 Resuelve e indica la mayor raíz de:

$2x^2 - 11x + 14 = 0$

Resolución:

$2x^2 - 11x + 14 = 0$

$2x \quad -7$

$x \quad -2$

$(2x - 7)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2 \lor x = \frac{7}{2}$

$\therefore$ La mayor raíz es $\frac{7}{2}$.

A) 2 B) 3 (C) 3,5

D) -7 E) -2

6 Resuelve e indica la mayor raíz de.

$-x^2 - 3x + 1 = 0$

Resolución:

$x^2 + 3x - 1 = 0$

$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(-1)(1)}}{2}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

$\therefore$ La mayor raíz es: $\frac{\sqrt{13} - 3}{2}$

(A) $\frac{\sqrt{13} - 3}{2}$ B) $\frac{-\sqrt{13} - 3}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ E) $2\sqrt{5} - 1$

7 Resuelve:

$x^2 - 7x + 4 = 0$

Resolución:

$x^2 - 7x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(4)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}$$

A) $\frac{7 \pm \sqrt{51}}{2}$ B) $\frac{-7 \pm \sqrt{51}}{2}$ **C)** $\frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}$

D) $\frac{-7 \pm \sqrt{33}}{2}$ E) $\frac{3 \pm \sqrt{51}}{2}$

8 Resuelve e indica la mayor raíz.

$x^2 - x = 1$

Resolución:

$x^2 - x - 1 = 0$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$\therefore$ La mayor raíz es: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

A) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{5} - 2}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5} - 3}{2}$

9 Resuelve:

$2x^2 - x - 3 = 0$ e indica la mayor raíz.

Resolución:

$2x^2 - x - 3 = 0$

$2x \quad -3$

$x \quad 1$

$(2x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{3}{2}$

$\therefore$ La mayor raíz es $\frac{3}{2}$.

A) 1 B) -1 C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

10 Resuelve:

$2x^2 - x - 15 = 0$ e indica la mayor raíz.

Resolución:

$2x^2 - x - 15 = 0$

$2x \quad 5$

$x \quad -3$

$(2x + 5)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = -\frac{5}{2}$

$\therefore$ La mayor raíz es 3.

A) $\frac{2}{5}$ B) -3 **C)** 3

D) -6 E) $\frac{5}{2}$

11 Resuelve e indica las raíces:

$2x^2 - 3x - 5 = 0$

Resolución:

$2x^2 - 3x - 5 = 0$

$2x \quad -5$

$x \quad 1$

$(2x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{5}{2}$

$\therefore \ x = \left\{-1; \frac{5}{2}\right\}$

A) $\left\{-1; \frac{5}{3}\right\}$ B) $\left\{1; \frac{5}{2}\right\}$ C) $\left\{0; \frac{5}{3}\right\}$

D) $\left\{-1; \frac{5}{2}\right\}$ E) $\left\{-\frac{5}{3}; -2\right\}$

12 Halla dos números consecutivos naturales cuyo producto sea 182:

Resolución:

Sean los números:

$n \wedge n + 1$

Por condición del enunciado:

$n(n + 1) = 182$

$n^2 + n - 182 = 0$

$n \quad +14 \quad +14n$

$n \quad -13 \quad -13n$

$\quad n$

$(n + 14)(n - 13) = 0$

$n = -14 \vee n = 13$

$\therefore$ Los números serán:

$n = 13 \wedge n + 1 = 14$

(valores naturales)

A) 10; 11 B) 9; 10 C) 20; 21

D) 13; 14 E) 1; 2

13 En la siguiente ecuación: $2x + 8x^2 = 4x + 5$, indica la suma de raíces.

Resolución:

$8x^2 - 2x - 5 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(8)(-5)}}{2(8)}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{41}}{2(8)}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{8}$$

Piden: $x_1 + x_2 = \frac{1}{4}$

A) $\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{6}{3}$

D) $\frac{4}{3}$ E) $-\frac{4}{3}$

14 Resuelve e indica su CS:

$3x^2 - 507 = 0$

Resolución:

$3x^2 - 507 = 0$

$3x^2 = 507 \Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = \pm\sqrt{169}$

$x = 13 \ \vee \ x = -13$

$\therefore$ CS = {–13; 13}

A) {8} B) {–8; 8} **C)** {–13; 13}

D) {13} E) {–13}



Claves

1. A	3. A	5. C	7. C	9. D	11. D	13. A
2. E	4. B	6. A	8. A	10. C	12. D	14. C



Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Búsqueda de palabras

A	M	T	N	R	A	I	C	X	E	S	B	I	K	B
S	G	R	A	D	O	L	R	K	A	T	O	L	U	H
Z	Z	G	O	Y	C	U	A	D	R	A	T	I	C	O
Q	D	Y	N	F	D	E	D	P	X	R	V	N	H	C
S	Q	O	L	Q	I	Q	K	D	J	M	G	D	F	I
O	R	N	R	S	S	S	P	O	R	C	R	E	S	T
L	T	I	D	L	C	O	X	F	E	O	A	P	F	G
U	P	M	A	I	R	L	I	S	U	C	M	E	N	Y
J	E	R	U	N	I	U	J	E	I	N	A	N	F	I
B	F	E	C	E	M	C	X	C	V	Z	E	D	J	M
H	E	T	N	A	N	I	M	I	R	C	S	I	D	R
P	I	Z	G	L	G	O	S	A	E	O	C	E	N	E
J	S	G	Y	V	L	N	E	R	N	B	E	N	K	T
K	A	C	L	O	V	E	G	H	I	H	X	T	B	U
O	D	N	U	G	E	S	U	M	L	U	M	E	D	A

- DISCRIMINANTE
- INDEPENDIENTE
- SOLUCIONES
- CUADRÁTICO
- RAÍCES
- TÉRMINO
- LINEAL
- SEGUNDO
- GRADO

Plantea las ecuaciones respectivas que mejor representen a los siguientes enunciados:

2. Determina dos números positivos cuya diferencia es 11 y la suma de sus cuadrados sea 2581.

3. Halla dos números sabiendo que su diferencia es 10 y su producto 119.

4. El cuadrado de un número positivo más el doble de su opuesto es 528. Determina tal número.

5. La suma de un número natural y su cuadrado es 110. ¿De qué número se trata?

6. Encuentra dos números cuya suma sea 20 y su producto 99.

Razonamiento y demostración

7. Resuelve:

$x^2 = -5x - 6$

A) {–3; –2} B) {2; 3} C) {1; 6}
D) {–1; 6} E) {–1; –6}

8. Resuelve:

$x^2 - x - 2 = 0$ e indica la menor raíz.

A) 2 B) –2 C) 1 D) –1 E) 0

9. Resuelve:

$x^2 + x - 6 = 0$ e indica la mayor raíz.

A) –3 B) 3 C) –2
D) –6 E) 2

10. Resuelve:

$x^2 - 4x - 5 = 0$ e indica la menor raíz.

A) 1 B) 5 C) –5
D) 4 E) –1

11. Resuelve:

$x^2 + 3x - 4 = 0$ e indica la mayor raíz.

A) –4 B) 4 C) –1
D) 1 E) –3

12. Resuelve:

$x^2 + 7x + 12 = 0$ e indica la menor raíz.

A) 3 B) –3 C) 12
D) 6 E) –4

Resolución de problemas

13. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 3 m más que uno de sus catetos. Determina el valor del cateto mayor si el menor mide 4 m.

A) 33 m B) 2 m C) $\sqrt{33}$ m
D) 5 m E) 10 m

14. Un número excede a otro en 2; y su producto es 24. Determina el mayor positivo.

A) 5 B) 6 C) 9
D) 2 E) 1

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Relaciona cada ecuación con su respectivo conjunto solución (CS).

A. $\frac{x+2}{3} = \frac{4}{x-2}$

B. $\frac{x+3}{2} = \frac{2}{x-4}$

C. $\frac{2x}{3} = \frac{4}{2x}$

D. $7x^2 + 8x = 0$

E. $8x^2 + 7x = 0$

F. $9x^2 + 2x = 2x^2 - 6x$

- $CS = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$
- $CS = \left\{-\frac{8}{7}, 0\right\}$
- $CS = \left\{-\frac{7}{8}, 0\right\}$
- $CS = \left\{\frac{1-\sqrt{65}}{2}, \frac{1+\sqrt{65}}{2}\right\}$
- $CS = \{-4, 4\}$

16. Indica verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:

( ) $\frac{1}{2}$ es raíz de $2x^2 - x + 1 = 0$

( ) Toda ecuación cuadrática tiene 2 soluciones.

( ) La suma de las raíces de: $3x^2 - 6x + 12 = 0$ es 4.

A) FFF B) FFV C) FVF
D) FVV E) VVV

Según como se muestra las condiciones del enunciado, traducirlas al lenguaje algebraico mediante una ecuación correctamente planteada.

17. Determina un número que sumado con el cuádruple de su raíz cuadrada da 21.

18. El producto de dos números es 891, y si el mayor se divide por el menor, el cociente es 3 y el residuo 48. Determina los números.

19. El producto de dos números es 270 y su cociente $1\frac{1}{5}$. Determina los números.

Razonamiento y demostración

20. Resuelve:

$x^2 - 7x + 12 = 0$

A) {3; 4} B) {–3; –4} C) {2; 6}
D) {–2; –6} E) {5; –1}

21. Indica la menor raíz, luego de que resuelvas:

$x^2 + 9x - 10 = 0$

A) 1 B) –1 C) –9
D) –10 E) 10

22. Resuelve: $x^2 + 4x - 21 = 0$

Indica la menor raíz.

A) 3 B) –7 C) –3
D) 4 E) –4

23. Resuelve e indica la mayor raíz de:

$x^2 + 8x - 9 = 0$

A) 9 B) –9 C) –3
D) –8 E) 1

24. Resuelve e indica la menor raíz de:

$x^2 + x - 20 = 0$

A) 4 B) –4 C) 5
D) –5 E) –1

25. Resuelve:

$2x^2 + 6x - 1 = 0$

A) $\frac{3 \pm \sqrt{11}}{3}$ B) $\frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$

C) $-1 \pm \sqrt{11}$ D) $\frac{-3 \pm \sqrt{11}}{2}$

E) $2 \pm \sqrt{11}$

Resolución de problemas

26. En la siguiente ecuación: $3x^2 - 3x + 6 = 0$, las raíces son x_1 y x_2. Halla: $x_1^2 + x_2^2$

A) –1 B) –2 C) –3
D) –4 E) –5

27. Un número es 4 más que el doble del otro y el producto de tales números es 70. Determina el menor positivo.

A) 10 B) 1 C) 7
D) 5 E) 15

NIVEL 3

Comunicación matemática

28. Indica verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:

( ) (–2) es raíz de $ax^2 + 3x + 2 = 0; a \neq 0$.

( ) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ tiene raíces iguales.

( ) Si $\Delta = 4$, entonces la ecuación cuadrática no tiene solución.

A) VVF B) VFF C) VVV
D) FFF E) FVF

29. De la ecuación:

$$x(\sqrt{x} + 10)(x + 7)\left(\frac{2}{x} - 7\right) = 0$$

Se puede afirmar que:

I. Posee raíces complejas conjugadas.
II. Posee 4 soluciones reales.
III. Es incompatible.
IV. El producto de raíces en $\mathbb{R}$ diferentes de 0 es –2.
V. La suma de sus soluciones en $\mathbb{R}$ es –47.

Razonamiento y demostración

30. Resuelve:

$x^2 + x - 42 = 0$ e indica la mayor raíz.

A) –7 B) 7 C) 6
D) –6 E) 8

31. Resuelve: $P(x) = x^2 - 22x + 57 = 0$, Indica luego la diferencia positiva de las soluciones.

A) 21 B) 22 C) 19
D) 16 E) 17

32. Resuelve: $3x^2 + 10x - 2 = 0$

A) $\frac{-5 \pm \sqrt{31}}{3}$ B) $-3 \pm \sqrt{29}$

C) $3 \pm \sqrt{29}$ D) $\frac{3 \pm \sqrt{29}}{3}$

E) $\frac{5 \pm \sqrt{31}}{2}$

33. Resuelve: $x^2 - 10x - 24 = 0$ e indica la suma de las raíces entre dos.

A) 24 B) –24 C) 10
D) –2 E) 5

34. Resuelve e indica la división entre el producto y la suma de las raíces.

$x^2 + 12x + 32 = 0$

A) –8 B) 8 C) –8/3
D) 4/3 E) 12

Resolución de problemas

35. Halla el valor de k en la ecuación para que una de las raíces sea el recíproco de la otra.

$(k-1)x^2 - 5x + 3k - 7 = 0$, si: $x_1 . x_2 = \frac{3k - 7}{k - 1}$

A) 3 B) 4 C) 7
D) 8 E) 5

36. La base de un rectángulo es 2 m más que su atura y su diagonal 2 m más que su base. Determine el valor de su base.

A) 10 m B) 21 m C) 8 m
D) 5 m E) 2 m



Claves

NIVEL 1	11. D	20. A	29. IV
1.	12. E	21. D	30. C
2.	13. C	22. B	31. D
3.	14. B	23. E	32. A
4.	NIVEL 2	24. D	33. E
5.	15.	25. D	34. C
6.	16. A	26. C	35. A
7. A	17.	27. D	36. C
8. D	18.	NIVEL 3	
9. E	19.	28. E	
10. E			



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: DESIGUALDADES E INECUACIONES

1 Resuelve: $(3x - 1)^2 + 20 \leq (9x - 1)(x + 2)$

Resolución:

$9x^2 - 6x + 1 + 20 \leq 9x^2 + 18x - x - 2$

$23 \leq 23x$

$1 \leq x$

$\therefore CS = [1; +\infty[$

A) $]1; +\infty[$ B) $[1; +\infty[$ (circled) C) $[-1; +\infty[$
D) $]-1; +\infty[$ E) $[-1; 1]$

2 Halla el intervalo de x tal que:

$$\begin{cases} 7x - 10 > 5x - 18 \\ \dfrac{8x + 1}{3} < x + 7 \end{cases}$$

Resolución:

$7x - 10 > 5x - 18$

$2x > -8 \Rightarrow x > -4$ ...(1)

$8x + 1 < 3x + 21$

$5x < 20 \Rightarrow x < 4$ ...(2)

De (1) y (2):



$\therefore CS =]-4; 4[$

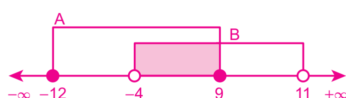
A) $]-2; 2[$ B) $]-4; 2[$ C) $]-2; 4[$
D) $]-4; 4[$ (circled) E) $]-4; 12[$

3 Sean los intervalos:

$A = [-12; 9]$; $B =]-4; 11[$

Halla el número de valores enteros de $A \cap B$.

Resolución:



$A \cap B =]-4; 9]$

Valores enteros de $A \cap B$ es:

$\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots; 9\}$

Por lo tanto, tiene 13 valores enteros.

A) 12 B) 11 C) 13 (circled)
D) 10 E) 14

4 Determina el mayor valor entero que verifica:

$$\frac{x - 13}{22} + \frac{x - 22}{13} < 2$$

Resolución:

$\dfrac{13x - 169 + 22x - 484}{286} < 2$

$35x - 653 < 572$

$35x < 1225$

$x < 35$

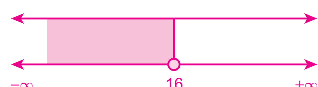
$\therefore x = 34$

A) 30 B) 32 C) 33
D) 34 (circled) E) 35

5 Si $A =]16; +\infty[$; halla A'.

Resolución:

$A' = \{x / x \in \mathbb{R} / x \notin A\}$



$\therefore A' =]-\infty; 16]$

A) $]-\infty; 16]$ (circled) B) $]-\infty; 16[$ C) $]16; +\infty[$
D) $[-\infty; 16]$ E) $[-\infty; -16[$

6 Si:

$A = \{x \in \mathbb{R} / -7 < x \leq -3\}$

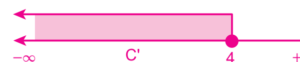
$B = \langle -3; 4 \rangle$

$C = \{x \in \mathbb{R} / x > 4\}$,

Halla: $C' - (A \cup B)'$

Resolución:







$\therefore C' - (A \cup B)' = [-7; 4]$

A) $]-7; -4[$ B) $]-7; -3[$ C) $]-7; 4[$ (circled)
D) $]-7; 4]$ E) $]-7; -4]$

7 Si $x > 2$, halla la variación de: $\dfrac{9x^2+6x+1}{x^2}$

Resolución:

Dato:

$x > 2$

$0 < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{2}$

$3 < \dfrac{1}{x} + 3 < \dfrac{7}{2}$

$9 < \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{6}{x} + 9 < \dfrac{49}{4}$

$9 < \dfrac{1+6x+9x^2}{x^2} < \dfrac{49}{4}$

Luego:

$\dfrac{9x^2+6x+1}{x^2} \in \left\langle 9; \dfrac{49}{4}\right\rangle$

Ⓐ $\left\langle 9; \dfrac{49}{4}\right\rangle$ B) $\langle 3; 9\rangle$ C) $\left\langle 3; \dfrac{49}{4}\right\rangle$

D) $\left\langle 0; \dfrac{49}{4}\right\rangle$ E) $\left\langle -\infty; \dfrac{49}{4}\right\rangle$

8 Si $x \in [2; 5]$, indica el menor valor que toma la expresión: $\dfrac{x+2}{x-1}$

Resolución:

$\dfrac{x+2}{x-1} = 1 + \dfrac{3}{x-1}$

Dato:

$2 \le x \le 5$

$1 \le x-1 \le 4$

$\dfrac{1}{4} \le \dfrac{1}{x-1} \le 1$

$\dfrac{3}{4} \le \dfrac{3}{x-1} \le 3$

$\dfrac{7}{4} \le 1 + \dfrac{3}{x-1} \le 4$

Piden el menor valor: $\dfrac{7}{4}$

A) $\dfrac{4}{7}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{2}{7}$

D) $\dfrac{7}{2}$ Ⓔ $\dfrac{7}{4}$

9 Si $x \in \left[\dfrac{1}{2}; 1\right[$, entonces:

$\dfrac{4x^2-3}{2}$, pertenece al intervalo:

Resolución:

$\dfrac{1}{2} \le x < 1$

$\dfrac{1}{4} \le x^2 < 1$

$1 \le 4x^2 < 4$

$-2 \le 4x^2 - 3 < 1$

$-1 \le \dfrac{4x^2-3}{2} < \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{4x^2-3}{2} \in \left[-1; \dfrac{1}{2}\right\rangle$

A) $]-1/2; 1]$ B) $[-1/2; 3/2[$ C) $[-1; 1/2]$

Ⓓ $[-1; 1/2[$ E) $]1/2; +\infty[$

10 Encuentra el mayor valor entero que satisface:

$\dfrac{\frac{x-3}{2}}{3} + \dfrac{x}{4} < 2$

Resolución:

$\dfrac{\frac{x-3}{2}}{3} + \dfrac{x}{4} < 2$

$\dfrac{x-3}{6} + \dfrac{x}{4} < 2$

Desarrollando:

$10x < 60 \Rightarrow x < 6$

$\therefore$ El máximo valor entero es: 5

A) 3 B) 4 Ⓒ 5

D) 6 E) 7

11 Sea: $A = \{x \in \mathbb{Z} / x + 2 < 2x + 1 \le x + 5\}$

y $F(x) = \begin{cases} 0, \text{ si } x \notin A \\ 1, \text{ si } x \in A \end{cases}$ Halla el valor de: $\sum_{k=0}^{10} kF(k)$

Resolución:

$A = \{x \in \mathbb{Z} / x + 2 < 2x + 1 \le x + 5\}$

En el conjunto A se tiene:

• $x + 2 < 2x + 1$

$1 < x$ ...(1)

• $2x + 1 \le x + 5$

$x \le 4$ ...(2)

De (1) y (2):

$\Rightarrow A = \{2; 3; 4\}$

$\Rightarrow F(2) = 1;\ F(3) = 1;\ F(4) = 1$

$\Rightarrow \sum_{k=0}^{10} kF(k) = 2F(1) + 3F(3) + 4F(4)$

Ⓐ 9 B) 10 C) 11

D) 12 E) 55

12 Resuelve:

$\dfrac{3x-6}{5} < \dfrac{5x+7}{14}$

Resolución:

$\dfrac{3x-6}{5} < \dfrac{5x+7}{14}$

$42x - 84 < 25x + 35$

$17x < 119$

$x < 7$

$-\infty$ 7 $+\infty$

$\therefore x \in \langle -\infty; 7\rangle$

A) $\langle -\infty; 3\rangle$ B) $\langle -2; 14\rangle$ C) $\langle -8; +\infty\rangle$

D) $\langle 7; +\infty\rangle$ Ⓔ $\langle -\infty; 7\rangle$

13 Resuelve:

$6x + 5 < 5x + 3 < 4x + 3$

Resolución:

(I)

$6x + 5 < 5x + 3 < 4x + 3$

(II)

I. $6x + 5 < 5x + 3$

$x < -2$

II. $5x + 3 < 4x + 3$

$x < 0$

(I) ∩ (II):

$\Rightarrow x < -2$

$\therefore x \in \langle -\infty; -2\rangle$

A) $x \in \langle -\infty; -6\rangle$ B) $x \in \langle -\infty; -2]$

Ⓒ $x \in \langle -\infty; -2\rangle$ D) $x \in \mathbb{R}$

E) $x \in \varnothing$

14 Resuelve:

$5x + 1 < 6x + 3 < 7x + 9$

Resolución:

$5x + 1 < 6x + 3 < 7x + 9$

$5x + 1 < 6x + 3 \Rightarrow x > -2$ ... (I)

$6x + 3 < 7x + 9 \Rightarrow x > -6$ ... (II)

(I) ∩ (II):

$x > -2$

$\therefore x \in \langle -2; +\infty\rangle$

A) $x \in [-6; +\infty]$ Ⓑ $x \in \langle -2; +\infty\rangle$

C) $x \in [-2; +\infty\rangle$ D) $x \in \langle -\infty; -6]$

E) $x \in \langle -\infty; 2\rangle$



Claves

1. B	3. C	5. A	7. A	9. D	11. A	13. C
2. D	4. D	6. C	8. E	10. C	12. E	14. B

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. ¿Es verdadero $3 \geq 3$?

2. ORDÉNALAS

Algunas palabras del concepto de desigualdad se han desordenado. Ubícalas en su lugar.

Se denomina .... a la relación de .... que se establece entre dos .... que poseen .... valor.

orden — desigualdad — cantidades — diferente

Razonamiento y demostración

3. Si $A =]-13; 18]$ y $B = [-6; 30]$

Halla $A \cup B$; $A \cap B$

A) $]-13; 30]$ y $[-6; 18]$ B) $[-13$ y $30[$ y $]-6; 8]$
C) $]-10; 20]$ y $[-5; 1]$ D) $]-2; 1]$ y $[3; 4]$
E) $[-20; 5]$ y $[-30; 18]$

4. Resuelve:

$2x - 5 \leq 3x - 11$

A) $x \geq 6$ B) $x < 6$ C) $x > -6$
D) $x \leq -6$ E) $x \in \varnothing$

5. Resuelve:

$6 - 2x \geq 7$

A) $\langle -1; +\infty\rangle$ B) $\langle -\infty; 1/2\rangle$ C) $\langle -1; 2]$
D) $\langle -\infty; -1/2]$ E) $[-1/2; +\infty\rangle$

6. El mayor valor entero de x que cumple con: $\frac{4x-1}{5} \geq \frac{3x-2}{3}$ es:

A) 3 B) 1 C) 2
D) –2 E) 5

7. Resuelve el sistema (en $\mathbb{Z}$):

$-x < -2 \quad \cap \quad x > 0 \quad \cap \quad x < 5$

A) {1} B) {3; 4} C) {0; 1}
D) {4; 5} E) {0}

8. Resuelve y señala la menor solución entera:

$-5 < 3x + 4 < 5$

A) –5 B) –4 C) –3
D) –2 E) –1

Resolución de problemas

9. Si $(x^2 + 7) \in [11; 32]$

Halla en qué intervalo se encuentra x, si $x > 0$.

A) $]4; 9]$ B) $]1; 7]$ C) $[2; 5]$ D) $[3; 6]$ E) $]0; 3]$

10. ¿Cuál es el valor de **a** de tal manera que $x^2 + ax + 6 < 0$ tenga como conjunto solución a $]-3; -2[$?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Para los números reales afirmamos que:

I. Si $a > 0 \Rightarrow a^2 > 0$

II. Si $a > 0 \Rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$

III. Si $0 < a < b \Rightarrow 0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

Son verdaderas:

A) Todas B) Solo I C) I y III
D) II y III E) I y II

12. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

( ) Si $x > y \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

( ) Si $-x > -y > 0 \Rightarrow xy < 0$

( ) Si $y > 0 \Rightarrow \frac{1}{y} < 0$

A) FVF B) FVV C) FFF D) VFV E) VVF

Razonamiento y demostración

13. Si $(2x - 1) \in [-5; 4\rangle$ entonces; ¿a qué intervalo pertenece $(3 - 5x)$?

A) $\varnothing$ B) $\langle 1; 4\rangle$ C) $\left\langle -\frac{19}{2}; 13\right]$
D) $\langle 1; 2\rangle$ E) $\langle 2; 8\rangle$

14. Resuelve:

$\frac{x + 3(x+4)}{4} < 2(x + 1)$

A) $x < -1$ B) $x > 4$ C) $x > 3$
D) $x > 1$ E) $x < -2$

15. Si: $A = \left\{x \in \mathbb{Z}^+ / \frac{x-3}{5} + \frac{x-6}{2} + \frac{x-4}{4} + \frac{x-5}{3} < 4\right\}$

Calcula la suma de elementos de A.

A) 20 B) 28 C) 30 D) 35 E) 47

16. Si $x \in [-3; 2\rangle$, a qué intervalo pertenece la siguiente expresión: $(x^2 - 6)^2$

A) [16; 81] B) [4; 25] C) [4; 9]
D) [0; 36] E) [–9; 4]

17. Si: $x \in [-3; 2[$

Halla el intervalo de: $x^2 + 4x + 5$

A) $[2; 17]$ B) $[-3; 2[$ C) $[0; 20]$
D) $[1; 17[$ E) $[1; -17[$

18. Si: $x \in \left\langle 1; \frac{3}{2} \right]$, halla el intervalo de: $2x - 3$.

A) $\langle 0; 1]$ B) $\langle -2; -1 \rangle$ C) $\langle -1; 0 \rangle$
D) $\langle -1; 0]$ E) $\varnothing$

Resolución de problemas

19. Luego de que resuelvas la inecuación: $x^2 - mx + n < 0$ se obtiene como conjunto solución $]-8/3; 3[$

Calcula el valor de $\sqrt[4]{m^n}$.

A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

20. Si $n > 0$; respecto a: $\frac{12}{n} + \frac{n}{3}$ podemos afirmar que su mínimo valor es:

A) 6 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Si $a < b \wedge ab < 0$; indica cuál(es) es (son) verdadera(s):

I. $a < 0 \wedge b > 0$

II. $\frac{b}{a} < 1$

III. $a^2b < b^2a$

A) I y III B) II y III C) Solo II
D) Solo I E) I y II

22. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

( ) $-5 < x < 8 \Rightarrow 25 < x^2 < 64$
( ) $-7 < x < -3 \Rightarrow 9 < x^2 < 49$
( ) $-4 < x < 9 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 81$

A) VVV B) VFV C) FFV
D) FVV E) FVF

Razonamiento y demostración

23. Si $3 \leq x \leq 7$; halla la variación de:

$M = \frac{2x+1}{2x-5}$

A) $[5; 7]$ B) $[1/5; 7\rangle$ C) $[5; 10]$
D) $\langle -1; 2]$ E) $[5/3; 7]$

24. Si

$-10 < a < -5$; $-2 < b < -1$; $2 < c < 5$

Halla la variación de: $\frac{ab}{c}$

A) $[1; 9]$ B) $[-2; 3\rangle$ C) $]1; 10[$ D) $\langle 1; 10]$ E) $\langle 1; 2\rangle$

25. Resuelve:

$7ax - 1 < 7a - x$

Si $a < -\frac{1}{7}$.

A) $x > 1$ B) $x < 2$ C) $x > a$
D) $x < a$ E) $x > 2a + 1$

26. Resuelve: $\frac{3x^2 - 4x}{x^2 + 3} < 3$

A) $\langle -\infty; 0\rangle$ B) $\langle -5; -3\rangle$ C) $\mathbb{R}$
D) $\langle -3; 0\rangle$ E) $\langle -9/4; +\infty\rangle$

27. Resuelve:

$15x - 2 > 2x + \frac{1}{3}$ ... (1)

$2(x-4) < \frac{3x-14}{2}$ ... (2)

A) $\frac{7}{9} < x < 2$ B) $\frac{39}{38} < x < 2$ C) $-\frac{7}{9} < x < 2$
D) $\frac{7}{39} < x < 2$ E) $-\frac{7}{39} < x < 2$

28. Calcula el mayor valor de m y el menor valor de n, tal que:

$4x^2 - 12x + 1 \geq m$

$\frac{1}{x^2 + 2x + 5} \leq n$

Indica el valor de mn.

A) 1 B) -2 C) 2
D) 4 E) -4

Resolución de problemas

29. ¿Qué valor deberá tomar $m > 0$ para que la desigualdad: $5x - 2 < \frac{3m + 2x}{m}$ tenga solución $]-\infty; 2[$?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{5}{3}$ E) 2

30. Determina la cantidad de números enteros mayores que 1 que cumplen con la condición que su octava parte más 21 sea mayor que su séptima parte más 3.

A) 100 B) 1000 C) 1005
D) 1006 E) 1008

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. A
4. A
5. D
6. C
7. B
8. D
9. C
10. D

NIVEL 2
11. C
12. C
13. C
14. D
15. B
16. D
17. D
18. D
19. D
20. D

NIVEL 3
21. E
22. D
23. E
24. C
25. A
26. E
27. D
28. B
29. A
30. D

MARATÓN Matemática

Cuatro hermanos se reparten las ganancias de la semana que suman S/.1500. A Hugo le toca S/.200 más que a Luis, a quien le toca $\frac{3}{5}$ de lo que le corresponde a Ximena, a quien le toca S/.300 más que a Bruno. ¿Cuánto recibe Ximena?

Resolución:

Sea: H lo que le toca a Hugo, L a Luis; X a Ximena y B a Bruno.

⇒ De acuerdo a la premisa: $H = 200 + L$ ... (I)

$L = \frac{3}{5}X$ ...(II)

$X = 300 + B$ ...(III)

Sabemos que: $H + L + X + B = 1500$ ... (IV)

Como piden lo que le toca a Ximena, ponemos todo en función de X.

⇒ De I y II: $H = 200 + \frac{3}{5}X$

$L = \frac{3}{5}X$

⇒ De (III): $B = X - 300$

Reemplazamos en (IV):

$200 + \frac{3}{5}X + \frac{3}{5}X + X + X - 300 = 1500$

Efectuamos: $16X = 1600 . 5$

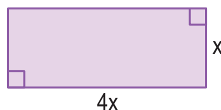
$X = 500$

∴ Ximena recibe S/.500.



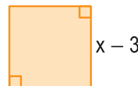
1. De cada figura determina x.

I. Rectángulo de perímetro 100 m de lado mayor 4x y lado menor x.



A) 4 m B) 8 m C) 12 m
D) 10 m E) 6 m

II. Cuadrado de área 144 m^2 y lado (x – 3).



A) 14 m B) 15 m C) 17 m
D) 10 m E) 12 m

2. Halla las raíces de la ecuación:

$x^2 + 6x - 16 = 0$

A) {4; 8} B) {2; 6} C) {–8; 2}
D) {–4; 1} E) {2; 3}

3. Resuelve:

$x(4x + 1) = 3x^2 + 42$; e indica la suma de sus raíces.

A) 0 B) 1 C) 4
D) –1 E) 3

4. En el siguiente sistema, determina los valores de x e y, respectivamente:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 \\ 2y - 7x = 2 \end{cases}$$

A) 1 y 2 B) 3 y 4 C) 2 y 8
D) 7 y 6 E) 2 y 6

5. Lidia vende cuadernos de 2 precios S/.4 y S/.5. Si obtuvo una recaudación de S/.192 al vender 40 libros, ¿cuántos de cada precio vendió?

A) 20 y 20 B) 24 y 16 C) 13 y 27
D) 18 y 22 E) 20 y 18

6. Forma la ecuación cuadrática de raíces $x_1 = 3$ y $x_2 = -1$.

A) $x^2 + 2x + 7 = 0$ B) $x^2 + x - 3 = 0$ C) $x^2 - 2x - 3 = 0$
D) $2x^2 + 5x + 2 = 0$ E) $x^2 + 3x - 2 = 0$

7. Halla las raíces de las siguientes ecuaciones e indica la suma de todas ellas.

$x^2 - 7x + 6 = 0$ y $x^2 + 7x + 6 = 0$

A) 7 B) –7 C) 1
D) –1 E) 0

8. Sean los conjuntos:

$A = \left\{x \in \mathbb{R} \;/\; \frac{x+7}{3} < 2x - 1\right\}$

$B = \left\{x \in \mathbb{R} \;/\; \frac{x}{5} - 4 > 3x\right\}$

Determina: $(A \cup B)^C$

A) $\langle -10; 3\rangle$ B) $\left\langle \frac{40}{3}; 2\right\rangle$ C) $\left[-\frac{10}{7}; 2\right]$
D) $\langle 2; +3\rangle$ E) $\langle -2; -10/7\rangle$

9. Indica el valor de x que verifica:

$\frac{x+1}{x-3} = \frac{x+5}{x-2}$

A) 7/2 B) 6 C) 8/3
D) 12/7 E) 13/3

10. Se definen las siguientes operaciones:

$a \square b = (a + b)^2 - (a - b)^2$

$a \triangle b = a^2 - b^2$

Determina los valores que toma x en:

$x \square 2 = x \triangle 3$

A) {1; 8} B) {3; 7} C) {1;–9}
D) {–1; 3} E) {–1; 4}



Unidad 4



Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: VALOR ABSOLUTO

1 Encuentra el valor de la expresión que se da a continuación para $x = -4$; $y = 3$; $z = -5$:

$|x| - |y| + |z|$

Resolución:

$|-4| - |3| + |-5|$

$4 - 3 + 5 = 6$

A) 4 B) 5 C) 6 (marcada)
D) 3 E) 2

2 Encuentra el valor de la expresión que se da a continuación para $x = -3$; $y = 2$; $z = -1$:

$\dfrac{|x . y|}{z}$

Resolución:

$\dfrac{|x.y|}{z} = \dfrac{|-3.2|}{-1} = \dfrac{|-6|}{-1} = \dfrac{6}{-1} = -\dfrac{6}{1} = -6$

A) 4 B) $\frac{-2}{5}$ C) $-\frac{5}{4}$
D) -6 (marcada) E) 5

3 Resuelve:

$|2x - 3| = |9 - x|$

Resolución:

$2x - 3 = 9 - x \quad \vee \quad 2x - 3 = -9 + x$

$3x = 12 \quad \vee \quad x = -6$

$x = 4$

$\therefore$ CS = {–6; 4}

A) {–6; 4} (marcada) B) {–6} C) {4}
D) {6} E) {–4}

4 Encuentra el valor de la expresión que se da a continuación para $x = 1$; $y = -7$; $z = -3$:

$-|x| + 2|y| - |z|$

Resolución:

$-|1| + 2|-7| - |-3|$

$-1 + 2 . 7 - 3$

$-1 + 14 - 3 = 10$

A) –2 B) 10 (marcada) C) 0
D) 1 E) 2

5 Halla la suma de las soluciones de:

$|8 - x| = 4$

Resolución:

$|8 - x| = 4$

$8 - x = 4 \quad \vee \quad 8 - x = -4$

$x = 4 \qquad x = 12$

Por lo tanto, la suma de soluciones es: 16

A) 14 B) 15 C) 16 (marcada)
D) 17 E) 18

6 Resuelve:

$(|x| + 3)^2 + 16x = 0$

Resolución:

$(|x| + 3)^2 = -16x > 0 \quad (1)$

$\Rightarrow x < 0$

De (1):

$(-x + 3)^2 = -16x$

$x^2 - 6x + 9 = -16x$

$x^2 + 10x + 9 = 0$

x +9
x +1

$(x + 9)(x + 1) = 0$

$x + 9 = 0 \quad \vee \quad x + 1 = 0$

$x = -9 \qquad x = -1 \qquad \therefore$ CS = {–9; –1}

A) {–1; 9} B) {–9; –1} (marcada) C) {–9; 1}
D) {1; 9} E) {–10; 1}

7 Resuelve:

$\sqrt{x^2-4} \geq |x+2|$

Resolución:

$\sqrt{x^2-4} \geq |x+2|$

- $x^2 - 4 \geq 0$

  $x^2 \geq 4$

$\Rightarrow x \geq 2 \;\vee\; x \leq -2$

$CS = \langle -\infty; -2] \cup [2; +\infty\rangle$ ...(1)

- $(\sqrt{x^2-4})^2 \geq (|x+2|)^2$

  $x^2 - 4 \geq (x+2)^2$

  $x^2 - 4 \geq x^2 + 4x + 4$

  $-8 \geq 4x$

  $-2 \geq x$

$CS = \langle -\infty; -2]$ ...(2)

De (1) y (2):

$x \in \langle -\infty; -2]$

Ⓐ $\langle -\infty; -2]$ B) $\langle -\infty; -2] \cup [2; +\infty\rangle$
C) $[2; +\infty\rangle$ D) $[-2; 2]$
E) $\langle -\infty; -1\rangle$

8 Resuelve:

$|5x-2| = 4$

Resolución:

$|5x-2| = 4$

$\Rightarrow 5x - 2 = 4 \;\vee\; 5x - 2 = -4$

$5x = 6 \qquad 5x = -2$

$x = \frac{6}{5} \qquad x = -\frac{2}{5}$

$\therefore CS = \left\{-\frac{2}{5}; \frac{6}{5}\right\}$

Ⓐ $\left\{-\frac{2}{5}; \frac{6}{5}\right\}$ B) $\left\{-\frac{1}{4}; 3\right\}$ C) $[2; +\infty\rangle$
D) $[-2; 2]$ E) $\langle -\infty; -1\rangle$

9 Resuelve e indica uno de los intervalos de:

$|3x-2| = 13$

Resolución:

$3x - 2 = 13 \;\vee\; 3x - 2 = -13$

$3x = 15 \qquad 3x = -11$

$x = 5 \qquad x = -\frac{11}{3}$

$\therefore CS = \left\{-\frac{11}{3}; 5\right\}$

A) $\{0; 2\}$ B) $\{5\}$ Ⓒ $\left\{-\frac{11}{3}; 5\right\}$
D) $\{-2; 1\}$ E) $\{3; 5\}$

10 Resuelve:

$|2x+9| = |x+6|$

Resolución:

$|2x+9| = |x+6|$

$2x + 9 = x + 6 \;\vee\; 2x + 9 = -x - 6$

$x = -3 \qquad 3x = -15$

$x = -5$

$\therefore CS = \{-3; -5\}$

Ⓐ $\{-3; -5\}$ B) $\{-1; 1\}$ C) $\{-1; 2\}$
D) $\{4; 5\}$ E) $\{-2; 5\}$

11 Halla el conjunto A por extensión si:

$A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x^3 - 1| = |x^2 + x + 1|\}$

Resolución:

$|x-1||x^2+x+1| = |x^2+x+1|$

Como $x^2 + x + 1 \neq 0$

$\Rightarrow |x-1| = 1$

$x - 1 = 1 \;\vee\; x - 1 = -1$

$x = 2 \qquad x = 0$

$\therefore CS = \{0; 2\}$

A) $\{-2; 4\}$ B) $\{-1; 2\}$ C) $\{0; 4\}$
D) $\{-1; 2; 3\}$ Ⓔ $\{0; 2\}$

12 Resuelve:

$(|x-1| + |x-2|)(|1-x| - |2-x|) = 7$

Resolución:

$|x-1|^2 - |x-2|^2 = 7$

$(x-1)^2 - (x-2)^2 = 7$

$x^2 - 2x + 1 - (x^2 - 4x + 4) = 7$

$x^2 - 2x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 7$

$2x - 3 = 7$

$\Rightarrow x = 5$

$\therefore CS = \{5\}$

Ⓐ $\{5\}$ B) $\{4\}$ C) $\{3\}$
D) $\{9\}$ E) $\{7\}$

13 Resuelve: $\left|\frac{3x+1}{x-1}\right| = 4$

Resolución:

Por propiedad: $\frac{3x+1}{x-1} = 4 \;\vee\; \frac{3x+1}{x-1} = -4$

$3x + 1 = 4x - 4 \qquad 3x + 1 = -4x + 4$

$x = 5 \qquad x = 3/7$

Luego: $CS = \{5; 3/7\}$

A) $\left\{\frac{2}{7}; 5\right\}$ B) $\left\{\frac{3}{7}; 4\right\}$ C) $\left\{\frac{2}{7}; 2\right\}$
D) $\{1; 3\}$ Ⓔ $\left\{\frac{3}{7}; 5\right\}$

14 Resuelve: $|2x+1| = |x+3|$

Resolución:

Elevamos al cuadrado ambos miembros, veamos:

$|2x+1|^2 = |x+3|^2$

Por propiedad:

$(2x+1)^2 = (x+3)^2$

$4x^2 + 4x + 1 = x^2 + 6x + 9$

$3x^2 - 2x - 8 = 0$

Factorizando por aspa simple:

$(3x+4)(x-2) = 0$

Entonces:

$3x + 4 = 0 \;\vee\; x - 2 = 0$

$x = -4/3 \qquad x = 2$

Luego:

$CS = \left\{-\frac{4}{3}; 2\right\}$

A) $\{-4; 2\}$ B) $\{-1; 2\}$ Ⓒ $\left\{-\frac{4}{3}; 2\right\}$
D) $\left\{-\frac{1}{3}; 2\right\}$ E) $\{-7; 5\}$



Claves

1. C	3. A	5. C	7. A	9. C	11. E	13. E
2. D	4. B	6. B	8. A	10. A	12. A	14. C

Practiquemos





NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa en los recuadros en blanco lo que corresponda para llegar a la solución.

Determina la suma de soluciones que se obtiene a partir de:

$\left|\frac{x}{4}+1\right|=\frac{13}{4}$

Resolución:

De acuerdo a la definición:

$\frac{x}{4}+1=\square \quad \vee \quad \frac{x}{4}+1=-\square$

$\frac{x}{4}=\square-\square \quad \vee \quad \frac{x}{4}=-\square-\square$

$\frac{x}{4}=\square \quad \vee \quad \frac{x}{4}=-\square$

$x=\square \quad \vee \quad x=\square$

Nos piden: suma de soluciones = $\square+\square=\square$

2. De acuerdo a las proposiciones podemos afirmar:

A) $|-3|-|2|=|-5|$
B) $|-2|+|-3|=|-5|$
C) $-|-3|=|3|$
D) $|2|-|3|=|-1|$
E) $|2|+|-2|=|0|$

Razonamiento y demostración

3. Resuelve $|2x-1|=5$ e indica la menor solución.

A) –2 B) –1 C) 2 D) 3 E) 4

4. Resuelve:

$|2x-3|=7$

A) {2; 5} B) {–5; 2} C) {–2; 5}
D) {–5; –2} E) Ø

5. Resuelve:

$|5x-20|=30$

A) CS = {–2; 9} B) CS = {–1; 9} C) CS = {–9; 9}
D) CS = {–2; 10} E) CS = {–2; –9}

6. Resuelve la siguiente ecuación:

$|2x-4|=6$

A) CS = {1; 5} B) CS = {0; 5} C) CS = {–1; 5}
D) CS = {–1; 5} E) CS = {–2; –1}

7. Resuelve:

$|x-2|=4$; siendo su CS = {–a; b}

Indica: a + b

A) –6 B) –8 C) –4 D) 8 E) 4

8. Resuelve:

$\left|\frac{1}{x-1}\right|=2$

A) {1} B) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ C) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$
D) $\left\{\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right\}$ E) { }

Resolución de problemas

9. El valor absoluto del quíntuplo de un número, menos tres es el doble de dicho número, menos tres. Determina el número.

A) 5 B) 12 C) $x\in\phi$ D) –1 E) 20

10. El valor absoluto de la suma del cuadrado de un número con dos es igual a la suma de uno con el doble del número.
Determina la mitad del número.

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 4 E) 10

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. El valor absoluto de un número [real] x se define como aquel número real [no negativo] que se denota por [|x|] ; donde:

$|x|=\begin{cases} x\,;\ \text{si } x\geq 0\\ 0\,;\ \text{si } x=0\\ -x\,;\ \text{si } x<0\end{cases}$

A) Complejo - no negativo - |x| - $|x|=\begin{cases} x\,;\ \text{si } x\geq 0\\ 0\,;\ \text{si } x=0\\ -x\,;\ \text{si } x<0\end{cases}$

B) Real - no negativo - |x| - $|x|=\begin{cases} x\,;\ \text{si } x<0\\ 0\,;\ \text{si } x=0\\ -x\,;\ \text{si } x\geq 0\end{cases}$

C) Real - no negativo - |x| - $|x|=\begin{cases} x\,;\ \text{si } x\geq 0\\ 0\,;\ \text{si } x=0\\ -x\,;\ \text{si } x<0\end{cases}$

D) Irracional - positivo - |x| - $|x|=\begin{cases} x\,;\ \text{si } x\geq 0\\ 0\,;\ \text{si } x=0\\ -x\,;\ \text{si } x<0\end{cases}$

12. Cálculo.

Luego de realizar las operaciones con valor absoluto dentro de las fichas, trace una curva recta para separar las fichas en dos grupos de 5 cuya suma sea idéntica.

2	$\|-7\|$	1	
$\|-3-2\|$	$\|6+3\|$	$\|-1-7\|$	$\|-3\|^2$
$\|2\|\|3\|$	3	$\|-2^3\|$	

Razonamiento y demostración

13. Resuelve e indica una solución:

$|x-4|=|5-2x|$

A) 6　　B) 5　　C) 4
D) 3　　E) 2

14. Resuelve: $|2x-1|-x=0$

A) $\left\{-1;-\frac{1}{3}\right\}$　　B) $\left\{-1;\frac{1}{3}\right\}$　　C) $\left\{\frac{1}{3};1\right\}$
D) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$　　E) $\{1\}$

15. Indica la suma de soluciones de la ecuación:

$|x^2-5x|=6$

A) 1　　B) 2　　C) 3
D) 6　　E) 10

16. Resuelve:

$|2x+1|-|x|=0$

A) $\{-1\}$　　B) $\{1\}$　　C) $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$
D) $\left\{1;\frac{1}{2}\right\}$　　E) $\left\{-1;-\frac{1}{3}\right\}$

17. Resuelve $|x-2|=|3-2x|$ e indica el producto de soluciones.

A) 1　　B) 5/3　　C) 5
D) 3　　E) 15

18. Resuelve:

$|2x-1|=-x$

A) $\left\{-1;-\frac{1}{3}\right\}$　　B) $\left\{-1;\frac{1}{3}\right\}$　　C) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$
D) $\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$　　E) $\{\ \}$

19. Resuelve:

$|3x-1|=x+7$

A) $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$　　B) $\{4\}$　　C) $\left\{\frac{3}{2};4\right\}$
D) $\left\{-\frac{3}{2};4\right\}$　　E) $\mathbb{R}$

20. Resuelve:

$|2x-7|=x-5$

A) $\{2\}$　　B) $\{3\}$　　C) $\{11\}$
D) $\{5\}$　　E) No tiene solución

Resolución de problemas

21. Halla el conjunto solución de la siguiente desigualdad:

$$\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\geq\sqrt{|x|}$$

A) $\left[-\frac{4}{5};\frac{4}{5}\right]$　　B) $\left[-1;-\frac{4}{5}\right\rangle\cup\left[\frac{4}{5};1\right\rangle$
C) $\left[-1;-\frac{4}{5}\right]\cup\left[\frac{4}{5};1\right\rangle$　　D) $\langle-1;1\rangle$
E) $[-1;1]$

22. El número de raíces de la ecuación:

$\sqrt{1-9x^2}=2x\sqrt{1-9x^2}$ es igual a:

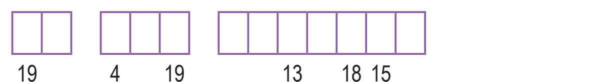
A) 0　　B) 1　　C) 2
D) 3　　E) 4

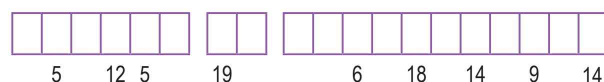
NIVEL 3

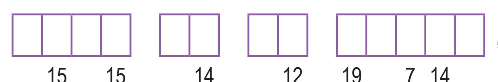
Comunicación matemática

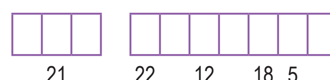
EL MANUSCRITO MISTERIOSO:

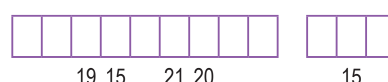
23. A continuación se tiene un teorema en clave. ¡Descífralo! ten en cuenta que cada casilla que tiene un número representa a una letra del alfabeto. 1 = A; 2 = B; ... ; no considere (Ñ; LL; CH).

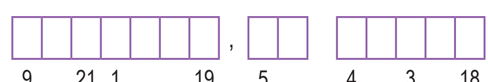












$|-x|=|x|$　$\forall\ x\in\mathbb{R}$.

24. Compara según sea el caso con: > ; < o = considerando el menor de las soluciones para cada ecuación con valor absoluto:

- $|x^2-4|=2-x$　☐　$\left|\frac{5x-9}{2x+3}\right|$
- $|3-x|=4$　☐　$|3x-5|=7-x$
- $|x+1|^2-5|x+1|+6=0$　☐　$|x-6|=|3-2x|$

Razonamiento y demostración

25. Resuelve $(2-x)|x^2-9|<0$ e indica la menor solución entera.

A) 1　　B) 2　　C) 3
D) 4　　E) 5

26. Encuentra el valor de la expresión que se da a continuación para $x = -4$; $y = 3$; $z = -5$: $\dfrac{|x|+|y|+|z|}{x+y+z}$

A) –1 B) –2 C) 0
D) 3 E) 5

27. Halla el menor valor de x que satisface:

$3|x - 2| = |x + 4|$

A) 1/2 B) 1 C) 3/2
D) 2 E) 3

28. Resuelve: $|x + 5| = 2x - 4$, e indica la suma de las raíces obtenidas.

A) $\dfrac{28}{3}$ B) $\dfrac{26}{3}$ C) 9
D) $-\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{-28}{3}$

29. Resuelve e indica la suma de soluciones, multiplicando por 4.

$\dfrac{|x-10|}{|5-3x|} = 1$

A) 1 D) 2 C) 3
D) 4 E) 5

30. Halla las soluciones negativas:

$|x - 1|^2 - 2|x - 1| - 15 = 0$

A) {–1; –2} B) {–2; –4} C) {–1; –4}
D) {–4} E) {–2}

31. Halla el producto de los elementos del CS de la siguiente ecuación:

$\left|\dfrac{x-3}{x+3}\right| = 7$

A) 5 B) 4 C) –4
D) 9 E) –9

32. Resuelve: $2x^2 - 7|x| + 3 = 0$

A) $\left\{2;\dfrac{1}{2};3\right\}$ B) $\left\{-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right\}$ C) $\left\{-1;0;\dfrac{1}{3}\right\}$
D) $\left\{-3;1;2;\dfrac{1}{2}\right\}$ E) $\left\{-3;-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};3\right\}$

Resolución de problemas

33. De la ecuación: $|3x+ 2| = 2x - 11$, determina el valor de: $5x_1 + x_2$, siendo x_1, x_2 sus soluciones; $x_1 > x_2$.

A) –1 B) –2 C) –3
D) –4 E) –5

34. El valor absoluto de un número disminuido en dos, menos el valor absoluto del triple del mismo número, aumentado en cuatro obtenemos una diferencia que si lo dividimos entre cinco restado del cuádruple del número, formamos en este caso una división que es cuanto menos cero. Determina el número (mayor valor entero y positivo).

A) 5 B) 2 C) 7
D) 1 E) 3

35. Si la suma de los valores absolutos de un número, con 7 restado del triple del valor absoluto del mismo número; es cuanto menos 5. Determina los valores permisibles del número.

A) $CS = \langle -3; -3] \cup \langle 0; 6]$

B) $CS = \langle -3; -2] \cup [0; 1] \cup [7; +\infty\rangle$

C) $CS = \langle -3; -3] \cup [0; 1] \cup [3; +\infty\rangle$

D) $CS = \left[-\dfrac{1}{4}; \dfrac{1}{4}\right]$

E) $CS = \left[-\dfrac{1}{4}; 7\right\rangle$



Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	8. D	11. C	15. E	23.	30. D
2. B	9. C	12.	16. E	24.	31. D
3. A	10. A	13. D	17. B	25. D	32. E
4. C		14. C	18. E	26. B	33. D
5. D			19. D	27. A	34. D
6. C			20. E	28. B	35. C
7. D			21. E	29. E	
			22. C		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: LOGARITMOS

1 Halla a: $\dfrac{1+\log_2(a-4)}{\log_2(\sqrt{a+3}-\sqrt{a-3})}=2$

Resolución:

Por definición: $a-4>0 \Rightarrow a>4$

$\log_2 2+\log_2(a-4)=2(\log_2(\sqrt{a+3}-\sqrt{a-3}))$

$\log_2(2a-8)=\log_2(\sqrt{a+3}-\sqrt{a-3})^2$

Luego igualamos:

$2a-8=(\sqrt{a+3}-\sqrt{a-3})^2$

$2a-8=a+3+a-3-2\sqrt{a^2-9}$

$2a-8=2a-2\sqrt{a^2-9} \Rightarrow 2\sqrt{a^2-9}=8$

$\sqrt{a^2-9}=4 \Rightarrow a^2-9=16 \Rightarrow a^2=25 \Rightarrow a=\pm 5$

$\therefore a=5$

A) 1 B) 2 C) 5 (circled)
D) 8 E) 10

2 Halla:
$12^{\log_{12}(x-4)}=5$

Resolución:

$12^{\log_{12}(x-4)}=5$

$x-4=5$

$\therefore x=9$

A) 7 B) 8 C) 4
D) 5 E) 9 (circled)

3 Calcula x en:
$x=\log_3 243$

Resolución:

$\log_3 243=x$

$3^x=243$

$3^x=3^5$

$\therefore x=5$

A) 4 B) 5 (circled) C) 6
D) 7 E) 3

4 Halla y:
$\log_{x^3}x^6=y$

Resolución:

$\log_{x^3}x^6=y$

$(x^3)^y=x^6$

$3y=6$

$\therefore y=2$

A) 5 B) 1 C) 6
D) 3 E) 2 (circled)

5 Calcula:
$M=\log_3 25\,.\log_6 27\,.\log_5 36$

Resolución:

$M=\log_3 25\,.\log_6 27\,.\log_5 36$

$M=(\log_3 5^2)(\log_6 3^3)(\log_5 6^2)$

$M=2\,.\,3\,.\,2\log_3 5\,\log_6 3\log_5 6=12\,.\log_5 5=12(1)=12$

A) 16 B) 12 (circled) C) 27
D) 24 E) 18

6 Calcula:
$A=\log_a b^5\,.\log_c a^3\,.\log_b c^2$

Resolución:

$A=\log_a b^5\,.\log_c a^3\,.\log_b c^2$

$\Rightarrow A=5\log_a b\,.\,3\log_c a\,.\,2\log_b c$

$\Rightarrow A=5\,.\,3\,.\,2\underbrace{\log_a b\,.\log_c a\,.\log_b c}_{1}$

$\therefore A=30$

A) 10 B) 5 C) 20
D) 30 (circled) E) 12

7 Calcula el número cuyo logaritmo de base $\sqrt{2}$ es igual a –6.

Resolución:

$\log_{\sqrt{2}} x = -6 \Rightarrow x = \sqrt{2}^{-6}$

$\therefore x = 2^{-3} = \dfrac{1}{8}$

A) $\frac{1}{2}$ B) 6 C) $\frac{1}{8}$ (circled)
D) 2 E) $\frac{1}{3}$

8 Calcula:

$A = 2^{(\log_2 3)+2} + 3^{(\log_3 4)+2} + 5^{(\log_5 6)+2}$

Resolución:

$A = 2^{\log_2 3} . 2^2 + 3^{\log_3 4} . 3^2 + 5^{\log_5 6} . 5^2$

$A = 3 . 4 + 4 . 9 + 6 . 25$

$\therefore A = 198$

A) 190 B) 192 C) 194
D) 196 E) 198 (circled)

9 Calcula el valor de m en:

$m - 1 = \log_3 2$

Resolución:

$m - 1 = \log_3 2$

$m = \log_3 2 + \log_3 3$

$\Rightarrow m = \log_3 (2 . 3)$

$\therefore m = \log_3 6$

A) $\log_3 6$ (circled) B) 2 C) 6^3
D) $\log_6 3$ E) 1

10 Calcula el valor de:

$M = 64^{\log_4 3} + 36^{\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{3}}$

Resolución:

$M = 64^{\log_4 3} + 36^{\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{3}}$

$M = (4^{\log_4 3})^3 + (6^{\log_6 3})^2$

$M = 3^3 + 3^2 = 27 + 9$

$M = 36$

A) 34 B) 35 C) 36 (circled)
D) 37 E) 38

11 Calcula:

$M = 4^{\log_4 3} + 5^{(\log_5 2)+1} + 6^{(\log_6 4)+2}$

Resolución:

$M = 3 + 5^{\log_5 2} . 5 + 6^{\log_6 4} . 6^2$

$M = 3 + 2 . 5 + 4 . 36$

$\therefore M = 157$

A) 156 B) 157 (circled) C) 158
D) 159 E) 160

12 Si $\log_6 2 = a$, ¿cuánto vale $\log_6 3$ en función de a?

Resolución:

Si $\log_6 2 = a$

Piden: $\log_6 3$

$\log_6 6 = \log_6 2 . 3 = \log_6 2 + \log_6 3$

$1 = a + \log_6 3$

$\therefore \log_6 3 = 1 - a$

A) 2a B) a C) 1 – a (circled)
D) 1 + a E) 2a – 1

13 Calcula x en:

$7^{\log_7 9} + 11^{\log_{11} x} = 2^{\log_2 49}$

Resolución:

Resolviendo:

$9 + x = 49$

$\therefore x = 40$

A) 20 B) 30 C) 40 (circled)
D) 50 E) 60

14 Calcula:

$A = 4^{\log_4 5 \,.\, \log_5 6 \,.\, \log_6 7 \ldots \log_{49} 50}$

Resolución:

$A = 4^{\log_4 5 \,.\, \log_5 6 \,.\, \log_6 7 \ldots \log_{49} 50}$

$\Rightarrow A = 4^{\log_4 50}$

$\therefore A = 50$

A) 48 B) 49 C) 50 (circled)
D) 51 E) 52



Claves

1. C	3. B	5. B	7. C	9. A	11. B	13. C
2. E	4. E	6. D	8. E	10. C	12. C	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica el valor de verdad o falsedad en:

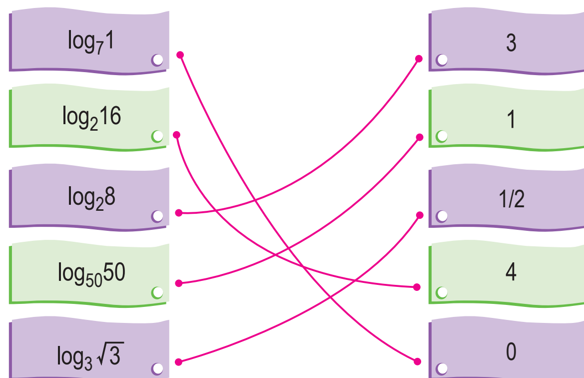
I. $\log_2 15 = \log_2(-5) + \log_2(-3)$ ( )

II. $\log_3 \sqrt{2} = 2\log_3 2$ ( )

III. $\log_5 7 = \dfrac{1}{\log_7 5}$ ( )

A) FVF B) VFV C) VVV
D) FFV E) FFF

2. Relaciona cada logaritmo con su respectiva respuesta.



Razonamiento y demostración

3. Calcula x en:

$2\left(7^{\log_a x}\right) + 5\left(x^{\log_a 7}\right) = 343;\ a > 1$

A) a B) a^2 C) a^3
D) a^4 E) a^5

4. Calcula:

$E = \left(25^{-\log_{\frac{1}{5}} 125}\right)\left(243^{-\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}}\right)$

A) 5 B) 25 C) 3
D) 9 E) 27

5. Calcula el valor de m en:

$\log_2\left(\dfrac{1}{32}\right) = m$

A) –1 B) 2 C) –5
D) 4 E) 3

6. Reduce:

$B = \log_2 16 + \log_3 27 + \log_5 625$

A) 14 B) 13 C) 12
D) 11 E) 10

7. Si: $c = ab$

Calcula x en: $\dfrac{x}{\log_c N} = \dfrac{1}{\log_b N} + \dfrac{1}{\log_a N}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

8. Calcula:

$A = (\log_9 3)(\log_{3\sqrt{2}} 3)(\log_{27} 5)(\log_{25} 4)$

A) 2 B) $\dfrac{1}{2}$ C) 3
D) $\dfrac{1}{3}$ E) 4

Resolución de problemas

9. El cuádruple del logaritmo de un cierto número excede en 4 al duplo del logaritmo del mismo número. Halla el número.

A) 1000 B) 200 C) 100
D) 256 E) 300

10. El quíntuplo del logaritmo de un cierto número excede en 8 al triple del logaritmo del mismo.

Determina el número.

A) 10 B) 10^2 C) 10^3
D) 10^4 E) 10^5

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $\log_3 x = 4 \Rightarrow x = 81$ ( )

II. $\log_{(-2)}(-2) = 1$ ( )

III. $\log_3 5 + \log_3 2 = \log_3 7$ ( )

A) VVV B) VFF C) VVV
D) VFV E) FVF

12. Completa los recuadros con los números respectivos de tal manera que lleguemos al resultado correcto.

Calcula el equivalente de:

$Z = \log_4 25 \log_3 7 \log_5 9 \log_7 4$

La expresión se puede escribir de la siguiente manera:

$Z = \log_4 5^{\boxed{2}} \log_3 7 \log_5 3^{\boxed{2}} \log_7 4$

$Z = \boxed{2} \log_4 5 \log_3 7 \boxed{2} \log_5 3 \log_7 4$

$Z = \boxed{2}\boxed{2} \log_4 5 \log_{\boxed{5}} 3 \log_{\boxed{3}} 7 \log_{\boxed{7}} 4$

$Z = \boxed{4} \log_4 4 = \boxed{4} . 1 = \boxed{4}$

Razonamiento y demostración

13. Resuelve:

$\log_x \log_x \sqrt[7]{4} = 7$

A) 2 B) 4 C) $\sqrt[7]{2}$
D) 7 E) $\sqrt[7]{4}$

14. Resuelve:
$\log_3(x + 5) + \log_3(x + 3) = \log_3(16x)$ y señala el producto de sus soluciones.

A) 15 B) 8 C) 9
D) 10 E) 17

15. Si m es el valor de x que verfica:
$3^{\log_{\sqrt{3}}(x-1)} = x + 5$
Calcula el valor de $\sqrt{m}$.

A) 2 B) 4 C) –1
D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3} - 1$

16. Si: $\log_3 5 = a \wedge \log_3 2 = b$
Halla $\log_3(2,7)$ en función de a y b.

A) a + b – 2 B) a – b + 1
C) a – b + 3 D) 3 – a – b
E) a + b + 1

17. Calcula:
$N = (\log_2 8)(\log_9 2)(\log_8 5)(\log_{25} 27)$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{5}$
D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{4}$

18. Si $b^2 = ac$, calcula x en:
$$\frac{x}{\log_b N} = \frac{1}{\log_a N} + \frac{1}{\log_c N}$$

A) c B) a C) ac
D) 1 E) 2

19. Calcula:
$A = (\log_2 6)(\log_3 6) - \log_3 2 - \log_2 3$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

Resolución de problemas

20. El logaritmo decimal de 27 veces el cubo de un número es 7,4512. Calcula el cuadrado del logaritmo decimal del número, más 1.
Considere: log 3 = 0,47713

A) 5,5555 B) 4,4444 C) 3,1841
D) 3,0211 E) 5,0266

21. El logaritmo decimal de 16 veces un número es 5,89882. Calcula el logaritmo decimal del cubo de dicho número.
Considere: log 2 = 0,30103

A) 15,0877 B) 13,0711 C) 14,0841
D) 9,9977 E) 14,0700

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $\log_2(xy) = \log_2|x| + \log_2|y| \,/\, xy > 0$
II. $\log_{\sqrt{2}}(x + y) = \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\sqrt{2}} y$,
solo si: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$; $x, y \in \mathbb{R}^+$
III. $\log_2(-2)^4 = 4\log_2|-2| = 4$

A) VFF B) VFV C) FFV
D) VVV E) VVF

23. Compara mediante >, < o = las siguientes alternativas:

$\log_{16} 4$	☐	$\log_9 3$
$\log_3 2187$	☐	$\log_4 1024$
$\log_{64} 2$	☐	$\log_3 3^9$

Razonamiento y demostración

24. Si: $\log_{(10+2\sqrt{21})}(\sqrt{7} + \sqrt{3})^n = 8$
Resuelve: $x^{x^x} = n$

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{7}$
D) $\sqrt{10}$ E) 2

25. Reduce:
$$\left(49^{\frac{\log_{\sqrt{2}} 6}{\log_{\sqrt{2}} 7}}\right)^{\log_3 5^{\log_2 3^{\log_5 2}}}$$

A) 7 B) 49 C) 36
D) 42 E) 28

26. Al resolver:
$$\begin{cases} 25^{x^2} = (\sqrt{5})^{y^2} \\ \ln x = 2\ln y \end{cases}$$
Halla: x + y

A) 2 B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{4}$

27. Calcula:
$$M = \log\left(\frac{75}{16}\right) - 2\log\left(\frac{5}{9}\right) + \log\left(\frac{32}{243}\right)$$

A) log 6 B) 1 C) log 3
D) log 5 E) log 2

28. Calcula:
$B = (\log_2 10)(\log_5 10) - \log_2 5 - \log_5 2$

A) 6 B) 5 C) 4
D) 3 E) 2

29. Si: $\log_3 5 = a$
Calcula: $\log_{15} 81$

A) $(4 + a)^{-1}$ B) $3(2 + a)^{-1}$
C) $2(1 + a)^{-1}$ D) $4(1 + a)^{-1}$
E) $(1 + a)^{-1}$

30. Si: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2a - b}{ab}$
Halla: $E = \log_{3\sqrt{b}} 0,5a$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

31. La suma de los cuadrados de dos números enteros es 29 y la suma de sus logaritmos (en base 10) es 1. Dichos números son:

A) –2 y 5 B) 4 y 5 C) 2 y –5
D) 2 y 5 E) 3 y 20

32. Si al cuadrado de 343 veces un número se le toma el logaritmo decimal se obtiene como resultado 9,8143. Determina el cuadrado del logaritmo decimal del número menos 1.
Considere: log7 = 0,8451

A) 1,8820 B) 2,8820 C) 3,8820
D) 11,8820 E) 5,8820



Claves

NIVEL 1
1. D
2.
3. B
4. A
5. C
6. D
7. A
8. B
9. C
10. D

NIVEL 2
11. B
12.
13. C
14. A
15. A
16. D
17. B
18. E
19. C
20. E
21. C

NIVEL 3
22. D
23.
24. E
25. C
26. C
27. E
28. E
29. D
30. C
31. D
32. A

Aplicamos lo aprendido



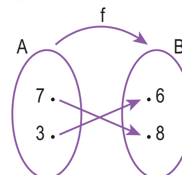
TEMA 3: FUNCIONES

1 De las siguientes relaciones indica la que es una función:

Resolución:
R = {(1; –7), (2; –7), (3; 5)} es una función.
En B); C); D) y E) se repite la primera componente con diferente segunda componente.
Entonces; solo A es función.

(A) R_1 = {(1; –7), (2; –7), (3; 5)}
B) R_2 = {(3; –7), (3; –3), (2; 5)}
C) R_3 = {(1; 5), (2; –3), (2; –7)}
D) R_4 = {(2; –5), (2; –7), (2; –3)}
E) R_5 = {(2; 3), (5; –1), (5; –7)}

2 Si f es una función de A en B:



Determina: f(7) . f(3)

Resolución:
f(7) = 8
f(3) = 6
∴ f(7) . f(3) = 8 × 6 = 48

A) 21 (B) 48 C) 22
D) 42 E) 52

3 En la siguiente función determina el valor de b.
g = {(7; 17), (3; 5), (4; 14), (7; b – 7)}

Resolución:
g = {(7; 17), (3; 5), (4; 14), (7; b – 7)}
Ubicamos los que tienen dominios iguales que por ser función le corresponde imágenes iguales.
⇒ 17 = b – 7
∴ b = 24

A) 17 B) 14 (C) 24
D) 21 E) 5

4 Dada la función:
f = {(2; 6), (1; a – b), (1; 4), (2; a + b), (3; 4)}
Determina: a . b

Resolución:
$a + b = 6 \wedge a - b = 4$
$\Rightarrow a = 5 \wedge b = 1$
∴ a . b = 5

A) 3 B) 7 C) 8
D) 10 (E) 5

5 Sean M = {3; 7; 1} y N = {49; 1; 3} dos conjuntos y
$f(x) = \{(x; y) \in M \times N / y = x^2\}$ una función.
Completa f(x) = {(...; 49), (1; ...)} e indica Dom(f) ∧ Ran(f).

Resolución:
Como $y = x^2 \Rightarrow 49 = x^2$
∴ x = 7
$y = x^2 \Rightarrow y = 1^2$
∴ y = 1
∴ f(x) = {(7; 49), (1; 1)}

A) {7; 49} ∧ {1; 1} (B) {7; 1} ∧ {49; 1}
C) {7} ∧ {49} D) {–1; 1} ∧ {7; 49}
E) {49} ∧ {1}

6 Si: $g(x + 2) = x + 9$ y $f(x - 2) = \sqrt{x + 9}$

Determina: $\dfrac{g(3)}{f(14)}$

Resolución:
$g(x + 2) = (x + 2) + 7$
$\Rightarrow g(3) = 3 + 7 = 10$
$f(x - 2) = \sqrt{(x - 2) + 11}$
$\Rightarrow f(14) = \sqrt{14 + 11} = 5$
$\therefore \dfrac{g(3)}{f(14)} = \dfrac{10}{5} = 2$

A) 3 B) 9 C) 14
(D) 2 E) 1

7 Si el dominio de $g(x) = 6x - 12$ es $\{7; 4; 2\}$, determina su rango e indica la suma de sus elementos.

Resolución:

Para hallar el rango evaluamos cada elemento del dominio en g(x):

$g(7) = 6(7) - 12 = 30$

$g(4) = 6(4) - 12 = 12$

$g(2) = 6(2) - 12) = 0$

$Ran(g) = \{30; 12; 0\}$

$\therefore\ \Sigma\, Ran(g) = 30 + 12 + 0 = 42$

(A) 42 B) 13 C) 18
D) 32 E) 52

8 Determina el rango de $f(x) = 7x - 5$

Si: $Domf \in \langle 4; 7]$

Resolución:

Dominio: $4 < x \leq 7 \Rightarrow$ formamos f(x):

$28 < 7x \leq 49$

$23 < 7x - 5 \leq 44 \Rightarrow f(x) \in\ ]23; 44]$

A) [23; 49] B)]23; 49] C) [2; 7]
(D)]23; 44] E) [–1; 3]

9 Grafica: $y = 4x - 3$

Resolución:

Ubicamos los interceptos con los ejes coordenados

$y = 0 \Rightarrow 0 = 4x - 3$

$x = 3/4$

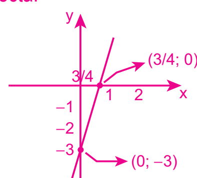
Punto: (3/4; 0)

$x = 0 \Rightarrow y = 4(0) - 3$

$y = -3$

Punto: (0; –3)

Ubicamos los puntos y unimos con una recta.



10 Dados los conjuntos:

$A = \{1; 7; 6; 4\}$ y $B = \{1; 35; 0; 48\}$

Determina la función g(x) de A en B Si:

$g(x) = \{(x; y) \in A \times B / y = x^2 - 1\}$

Indica la suma de los elementos del rango.

Resolución:

x	$y = x^2 - 1$	Par ordenado
1	$0 \in B$	(1; 0)
7	$48 \in B$	(7; 48)
6	$35 \in B$	(6; 35)
4	$15 \notin B$	$\nexists$

$\therefore\ g(x) = \{(1; 0), (7; 48), (6; 35)\}$

$Ran(g) = \{0; 48; 35\}$

$\Sigma\, Ran(g) = 83$

A) 72 B) 82 C) 64
(D) 83 E) 18

11 Si f(x) es una función lineal; calcula.

$f(-2)$, además: $f(0) = 3$ y $f(6) = 9$.

Resolución:

Función lineal $f(x) = ax + b$

Del dato:

$\Rightarrow f(0) = a(0) + b = 3$ ...(1)

$\Rightarrow f(6) = a(6) + b = 9$ ...(2)

De (1): $b = 3$

En (2): $6a + 3 = 9$

$6a = 6$

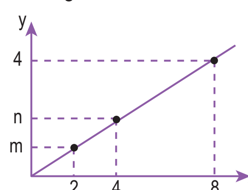
$a = 1$

$\Rightarrow f(x) = (1)x + 3$

Piden: $f(-2) = (1)-2 + 3 = 1$

A) 3 B) 4 (C) 1
D) 5 E) 0

12 De la gráfica, halla m + n.



Resolución:

Observamos que es la gráfica de una función de proporcionalidad directa, (0; 0) pertenece a la gráfica $\Rightarrow y = kx$

Reemplazamos el punto (8; 4) para hallar k.

$4 = k(8)$ $k = 1/2$

$\Rightarrow$ la función es $y = \frac{x}{2}$

Para hallar n: $n = \frac{4}{2} \Rightarrow n = 2$

Para hallar m: $m = \frac{2}{2} \Rightarrow m = 1$

$\therefore\ m + n = 2 + 1 = 3$

A) 6 (B) 3 c) 4
D) 9 E) 1

13 Sea una función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$f(x) = ax + b$, donde a y b son constantes.

Si: $f(1/3) = 4$ y $f(2) = -1$, halla a y b.

Resolución:

$f\left(\frac{1}{3}\right) = a\left(\frac{1}{3}\right) + b = 4$ ...(1)

$f(2) = a(2) + b = -1$ ...(2)

Restando (1) de (2):

$2a - \frac{a}{3} = -1 - 4$

$\frac{5a}{3} = -5 \Rightarrow a = -3$

Reemplazando $a = -3$ en (2):

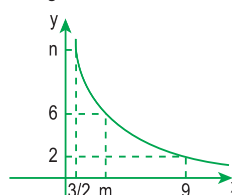
$-3(2) + b = -1$

$-6 + b = -1 \Rightarrow b = 5$

$\therefore a = -3$ y $b = 5$

(A) a = –3; b = 5 B) a = 2; b = –3
C) a = 2; b = –3 D) a = 1; b = 1
E) a = 3; b = 4

14 Del gráfico, halla m . n.



Resolución:

La gráfica es la de una función inversamente proporcional $\Rightarrow y = \frac{k}{x}$

$(9; 2) \in f(x) \Rightarrow 2 = \frac{k}{9} \Rightarrow k = 18$

$\Rightarrow$ la función es: $y = \frac{18}{x}$

Para determinar m: $6 = \frac{18}{m} \Rightarrow m = 3$

Para determinar n: $n = \frac{18}{3/2} \Rightarrow n = 12$

$\therefore m . n = 12.3 = 36$

(A) 36 B) 48 C) 24
D) 72 E) 12



Claves

1. A	3. C	5. B	7. A	9.	11. C	13. A
2. B	4. E	6. D	8. D	10. D	12. B	14. A

Practiquemos

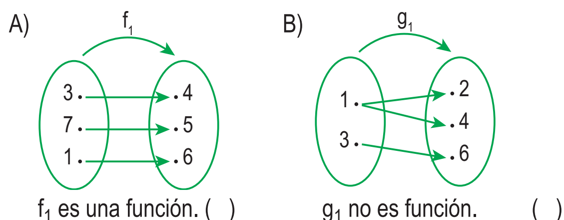


NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Responde con una (V) o (F) si las premisas son verdaderas o falsas, respectivamente:

A) B)

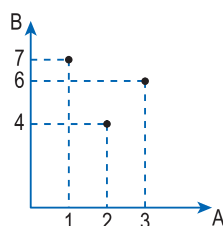


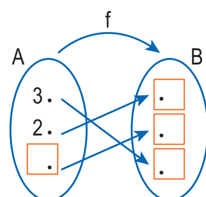
f_1 es una función. ( ) g_1 no es función. ( )

C) Si f = {(3; 7), (7; 3), (4; 5)} ⇒ f es una función. ( )
D) Si g = {(6; 9), (3; 7), (3; 17)} ⇒ g es una función. ( )
E) Si f(x) es una función, ⇒ f(x) es una relación. ( )

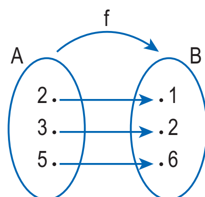
A) FVFVV B) FFVVF C) VVFFV
D) VVVFF E) VVVFV

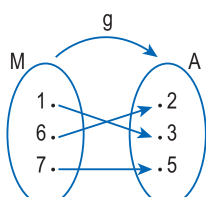
2. A) Según el diagrama cartesiano completa en el diagrama sagital.





B) Dadas las funciones:





Calcula:

$$C = \frac{f(g(1)) + f(g(7))}{f(g(6))}$$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

Razonamiento y demostración

3. Si F = {(3; a + 2), (1; 7), (3; 4)} es una función; determina a^2.

A) 16 B) 4 C) 2
D) 1 E) 9

4. Si el conjunto:

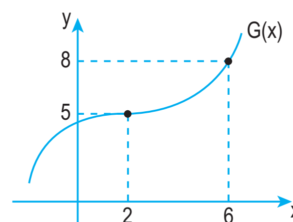
G = {(a; 3b); (a; a + b); (2b; 12)}

es una función, halla a – b.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

5. Sean las funciones F y G:

F = {(3; 6), (9; 11), (13; 17)}



Determina: $\frac{F(9) + G(F(3)) + F(3)}{G(2)}$

A) 3 B) 2 C) 4
D) 6 E) 5

6. Si A = {1; 2; 3} y B = {4; –6; 9} y

F = {(x; y) ∈ A × B / y = 4x}; indica el rango de F.

A) {–3} B) {4} C) {(1; 4)}
D) {–6} E) ∅

7. Determina el rango de:

f(x) = 4x + 3; si: Domf(x) = [2; 6]

A) [8; 12] B) [11; 24] C) [11; 27]
D) $\mathbb{R}^+$ E) $\mathbb{R}$

8. Halla la suma de los valores del dominio de la función:

f(x) = 3x – 2; si Ranf(x) = {4; 1; 7; 13}

A) 11 B) 14 C) 17
D) 6 E) 5

Resolución de problemas

9. Dados los conjuntos:
A = {x / 2 ≤ x ≤ 7, x ∈ $\mathbb{N}$}
B = {x + 2 / 0 ≤ x < 7, x ∈ $\mathbb{N}$}
Determina la siguiente función como par ordenado
f = {(x; y) ∈ A × B / y = 2x – 2}

A) f = {(2; 2); (3; 4); (5; 8)}
B) f = {(6; 10), (7; 12)}
C) f = {(2; 2), (3; 4)}
D) f = {∅}
E) f = {(2; 2), (3; 4), (5; 8), (6; 10)}

10. Joanna lee 10 páginas de una obra por día, representa en una función y que indique el n.° de páginas que lee por **x** semanas.

A) y = 10x B) x = 10y C) y = 70x
D) $x = \frac{70}{x}$ E) y = 10 + 7x

11. Una empresa de viajes ofrece un tour de S/.800 para un máximo de 40 personas. Si solo asisten x personas; x < 40, cuánto pagará cada persona.

A) 3200x B) 40x C) 800/x
D) 400/x E) 300/x

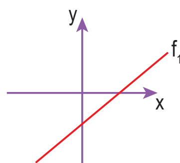
NIVEL 2

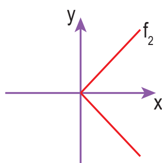
Comunicación matemática

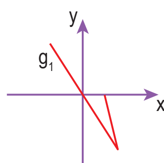
12. Observa y determina cuántas funciones hay.

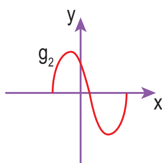
f = {(2; 3), (4; 7), (4; 9), (7; 5)}

g = {(13; 4), (7; 2), (6; 1), (11; 3)}









A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. a) Relaciona las siguientes proposiciones:

I. Función lineal
II. Producto cartesiano
III. Función inversamente proporcional
IV. Función directamente proporcional
V. Regla de correspondencia

$y = f(x)$
$y = kx$
$A \times B$
$y = \frac{k}{x}$
$y = ax + b$

b) Completa las siguientes tablas:

$y = -5x$

x	1	3	4	6
y	–5	–15	–20	–30

$y = \frac{4}{x}$

x	2	4	8	10
y	2	1	1/2	2/5

$y = 6x - 2$

x	0	3	4	5
y	–2	16	22	28

Razonamiento y demostración

14. Dada la función f = {(2; 3), (3; 4), (4; 1)}

Calcula: M = f(f(2)) + f(f(3))

A) 7 B) 9 C) 6 D) 8 E) 5

15. Sea la función: H = {(a; 4), (1; 7), (a; b), (1; a)}. Determina: $a^2 - b^2$

A) 33 B) 28 C) 16 D) 5 E) 49

16. Dados los conjuntos:

A × B = {(1; 2), (1; 3), (1; 4), (2; 2), (2; 3), (2; 4)} y

C = {1; 5; 6}

Determina f = {(x; y) ∈ A × C} e indica Ran(f) ∩ Dom(f).

A) {1; 2} B) {2} C) {1} D) {3; 4; 1} E) {4}

17. Halla el rango de la función f(x) = –4x + 10

Si: x ∈ [2; 5]

A) [–4; 3] B) [–11; 1] D) [8; 20]
D) [0, + ∞⟩ E) ℝ

18. Halla el dominio y el rango de la siguiente función:

F = {(2; 5), (–1; –3), (2; 2a – b), (–1; b – a), (a + b^2; a)}

Luego, indica: Dom(f) ∩ Ran(f)

A) {3} B) {–1} C) {2} D) {5} E) ∅

19. Sea la función h(x) = 3x – 2; Ranh(x):]7; 13], determina su dominio.

A) [3; 5] B)]3; 5] C) [–2; 3]
D) [3; 7] E)]19; 37]

20. Si $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$; determina: f(f(2))

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) 1

Resolución de problemas

21. La medida del diámetro de un círculo es el doble que la de su radio (r), expresalo en una función f(r) e indica cuánto mide su diámetro si el radio mide 25 cm.

A) f(r) = 2r; 30 cm B) f(r) = r; 25 cm
C) f(r) = r^2; 25 cm D) f(r) = r; 50 cm
E) f(r) = 2r; 50 cm

22. El área de un triángulo es 12 m^2. Determina como varía su altura h(x) en función a su base (x).

A) h(x) = 12x B) $h(x) = \frac{12}{x}$ C) $h(x) = \frac{24}{x}$
D) h(x) = 24x E) h(x) = 12

NIVEL 3

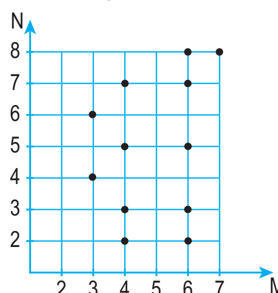
Comunicación matemática

23. Resuelve:

I) Dados los conjuntos: A = {7; 1; 8; 3; 4; 5; 6; 5}
B = {c; d; a; c}

Determina: n(A × B) = ☐ . ☐ = ☐

II) Sea el conjunto M × N:



$R = \{(x; y) \in M \times N \ / \ y \text{ es primo} \wedge x \text{ es par}\}$
Halla: $Dom(R) \cap Ran(R)$

A) {2; 8; 3; 7} B) {2; 3} C) {8; 7}
D) { } E) {2; 7}

III) Completa: y = ☐ . x + ☐

x	–1	0	7	
y	4		12	14

IV) Mediante una gráfica representa la función costo, que depende del volumen de leche, si 1 litro cuesta S/.3.

V) Si M = 1 es DP a N = 7; cuánto vale M cuando N es 28.

24. Responde verdadero (V) o falso (F):

I) (2; 3) ∈ a la función $f(x) = x^2 - 1$ ( )

II) g: es una función ( )

III) Si A DP B y B DP C ⇒ A DP C. ( )

IV) El dominio de $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ es ℝ. ( )

V) La gráfica de f(x) = 3 es una recta horizontal. ( )

A) VVVFF B) VFVFF C) FVFVV
D) VFVFF E) VFVVV

Razonamiento y demostración

25. Si A = {3; 5; 6; –2} y B = {1; 5; 13; –3; 0}
Halla $f = \{(x; y) \in A \times B \ / \ y = 2x + 1\}$

A) f = {(3; 7), (5; 11)} B) f = {(3; 7), (6; 7)}
C) f = {(5; 1), (6; 13)} D) f = {(6; 13), (–2; –3)}
E) f = {(3; 7), (5; 13), (–2; –3)}

26. Si f(x) es una función lineal, además f(0) = –3 y f(2) = 1
Halla la regla de correspondencia de f(x).

A) f(x) = 3x – 6 B) f(x) = 4x – 7 C) f(x) = 2x – 3
D) f(x) = x + 6 E) f(x) = x – 1

27. Si Df = [–3; 2] halla el conjunto solución para el rango de la función: $f(x) = x^2 + 1$.

A) [5; 9] B) [1; 10] C) [3; 5]
D) [–3; 5] E) [0; 10]

28. Halla el dominio de: $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3} + \dfrac{1+x}{x-3}$

A) Df = ℝ –{3} B) Df = ℝ –{±3} C) Df = ℝ
D) Df = ℝ–{0} E) Df = { }

29. Halla el rango de la función: f(x) = –2x + 5; x ∈]–4; 2]

A) [–3; 9] B)]–3;9[C) [1; 13]
D)]–3; 13[E)]–1; 5[

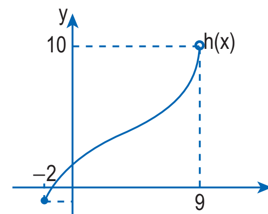
30. Si f(x) = 3x – 5 y $g(x) = 2x^2 - 1$; determina g(f(3)).

A) 21 B) 13 C) 31 D) 17 E) 13

31. Si (3; 1) ∈ f(x), siendo f(x) = ax – 8 determina f(4).

A) 4 B) 5 C) 7 D) 9 E) 1

32. De la gráfica determina el dominio y rango de h(x); si h(–2) = –1



A) [–2; 9] y [9; 10] B) [–1; 9] y [9; 10]
C) [–1; 9] y [–2; 10] D) [–2; 9] y [–1; 10[
E) N. A.

33. Sea la función:

$$G(x) = \begin{cases} 2x - 1; & \text{si } x \geq 6 \\ 4; & \text{si } x < 6 \end{cases}$$

Calcula: $E = \dfrac{G(7) + G(9) + 2}{G(5) + G(2)}$

A) $\dfrac{15}{4}$ B) $\dfrac{15}{2}$ C) 4 D) 8 E) 31

Resolución de problemas

34. 3 trabajadores hacen 200 m de carretera en un día si se duplica el trabajo y se enferma 1 trabajador en cuántos días realizan dicho trabajo. (Día laboral 8 h).

A) 2 días B) 3 días C) 4 días
D) 5 días E) 1 día

35. Un tanque de agua tiene una capacidad de 36 m^3; qué tiempo en horas tomará en llenarse (1 m^3 = 1000 L).

I. A un caudal de 60 L/min.
II. A un caudal de 25 L/min.

A) 14 y 18 B) 12 y 20 C) 15 y 18
D) 10 y 24 E) 25 y 60

Claves

NIVEL 1	7. C	14. E	22. C	29. C
1. E	8. A	15. A	NIVEL 3	30. C
2. D	9. C	16. C	23. D	31. A
	10. C	17. B	24. B	
3. B	11. C	18. C	25. D	32. D
4. C	NIVEL 2	19. B	26. C	33. C
5. E	12. C	20. D	27. B	34. B
6. B	13.	21. E	28. B	35. D

Aplicamos lo aprendido





TEMA 4: PROGRESIONES

1 En la PA determina el valor de x.

: 6; x; 10; ...

Resolución:

- Como es una PA ⇒ $10 - x = x - 6$
  $2x = 16$
  $x = 8$

A) 7 B) 8 (circled) C) 9
D) 5 E) 3

2 Determina el término de lugar 50 de la siguiente progresión:

: 2; 5; 8; ...

Resolución:

- : 2; 5; 8; ... es una PA de razón 3
  ⇒ término 50: $a_{50} = a_1 + (50 - 1)r$
  $a_{50} = 2 + (50 - 1)3$
  $a_{50} = 149$

A) 130 B) 140 C) 150
D) 149 (circled) E) 139

3 En la siguiente PA:

: 2; 4; 6; ...; 198.

Halla a_{14}.

Resolución:

$a_1 = 2 \wedge r = 2$

$\therefore a_{14} = 2 + 13(2) = 28$

A) 26 B) 28 (circled) C) 30
D) 32 E) 34

4 Halla $a_{25} \div a_{15}$, en la siguiente PA:

: 5; 10; 15; ...

Resolución:

$a_1 = 5 \wedge r = 5$

$a_{25} = 5 + 24(5) = 125$

$a_{15} = 5 + 14(5) = 75$

$\therefore \frac{a_{25}}{a_{15}} = \frac{5}{3}$

A) 5 B) 3 C) $\frac{5}{3}$ (circled)
D) $\frac{3}{5}$ E) 8

5 Halla la suma de términos en la siguiente PA:

: 2; 4; 6; 8; ... ; 68

Resolución:

$n = \left(\frac{68 - 2}{2}\right) + 1 = 34$

$S_n = \left(\frac{2 + 68}{2}\right)n = 35(34) = 1190$

A) 1000 B) 1190 (circled) C) 2190
D) 1290 E) 1128

6 Identifica cuál(es) es(son) PG:

A) 3; 7; 11; ...
B) 6; 12; 24; ...
C) 2/3; 1/3; 1/6; ...
D) ab; a^2b^2; a^3b^3; ...
E) xy; x^3y; xy^2; ...

Resolución:

A) No es PG es una PA.

B) $\frac{12}{6} = \frac{24}{12} = 2$ es una PG de razón 2.

C) $\frac{1/3}{2/3} = \frac{1/6}{1/3}$ es una PG de razón 1/2.

D) $\frac{a^2b^2}{a \cdot b} = \frac{a^3b^3}{a^2b^2} = ab$ es una PG de razón ab.

E) No es PG $\underbrace{\frac{x^3y}{xy}}_{x^2} \neq \underbrace{\frac{xy^2}{x^3y}}_{\frac{y}{x^2}}$

A) A B) B; C C) C; D
D) B; C y D (circled) E) Todas

7 Halla el número de términos de 28; 32; 36; 40;... ; 208.

Resolución:

Es una PA de razón:

$r = 32 - 28 \Rightarrow r = 4$

$a_1 = 28$

$a_n = 208$

Sabemos:

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$

$$n = \frac{208 - 28}{4} + 1$$

$\therefore n = 46$

A) 32 B) 36 C) 42

(D) 46 E) 16

8 Halla T_{15} en la PA.

: (n – 1); (n + 3); (3n – 1); ...

Resolución:

Son los términos de una PA

Entonces:

$(n + 3) - (n - 1) = 3n - 1 - (n + 3)$

$n = 4$

$\Rightarrow$ PA: 3; 7; 11;...

$T_{15} = 3 + 14(4) = 59$

A) 19 B) 16 (C) 59

D) 57 E) 4

9 Halla la siguiente suma:

$$S = 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \cdots$$

Resolución:

$$S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{4}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{\frac{3}{4}} = \frac{16}{3}$$

A) 16 B) 3 (C) $\frac{16}{3}$

D) $\frac{3}{16}$ E) $\frac{3}{4}$

10 En una PG se conoce que:

$S_6 = 28(S_3)$

Halla la razón q.

Resolución:

$$S_6 = 28(S_3)$$

$$t_1\left(\frac{q^6 - 1}{q - 1}\right) = 28\left[t_1\left(\frac{q^3 - 1}{q - 1}\right)\right]$$

$$q^6 - 1 = 28(q^3 - 1)$$

$$q^3 + 1 = 28$$

$$\therefore q = 3$$

A) 1 B) 2 (C) 3

D) 4 E) 5

11 La suma de n términos de una progresión aritmética es: $S_n = 3n^2 - 5$. Halla t_{21}.

Resolución:

De la PA:

$S_n = 3n^2 - 5$

$S_1 = t_1 = -2$ ...(I)

$S_2 = t_1 + t_2 = 7$ ...(II)

(I) en (II):

$-2 + t_2 = 7 \Rightarrow t_2 = 9$

$r = t_2 - t_1 = 9 - (-2) = 11$

$\Rightarrow t_{21} = t_1 + 20r$

$\therefore t_{21} = -2 + 20(11) = 218$

A) 220 B) 198 (C) 218

D) 88 E) 118

12 En la siguiente PG:

:: $\frac{2}{3}$; 1; $\frac{3}{2}$;...

Calcula a_8.

Resolución:

$a_1 = \frac{2}{3}$; $q = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow a_8 = a_1 \cdot q^7$

$$a_8 = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^7 = \frac{2}{3} \cdot \frac{3^7}{2^7} = \frac{3^6}{2^6}$$

A) $\frac{3}{2}$ B) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ (C) $\frac{3^6}{2^6}$

D) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$ E) $\frac{2}{3}$

13 Halla la suma: $\frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{4}{10^4} + \ldots$

Resolución:

$$S = \frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \ldots \quad \Big| \quad \frac{S}{10} = \frac{1}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \ldots$$

$$\Rightarrow S - \frac{S}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \ldots$$

$$\Rightarrow \frac{9S}{10} = \frac{\frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{1}{9} \qquad \therefore S = \frac{10}{81}$$

(A) $\frac{10}{81}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{90}$

D) $\frac{7}{90}$ E) $\frac{7}{10}$

14 El producto de los tres primeros términos consecutivos de una progresión aritmética es 162 y la razón es 3, halla el cuarto término.

Resolución:

Sea:

: a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 la PA.

Dato:

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 162$; $r = 3$...(I)

Sabemos que:

$a_n = a_1 + (n - 1)r$

En (1):

$a_1 \cdot (a_1 + r) \cdot (a_1 + 2r) = 162$

$a_1 \cdot (a_1 + 3) \cdot (a_1 + 6) = 3 \cdot 6 \cdot 9$

$\Rightarrow a_1 = 3$

Nos piden: a_4

$\therefore a_4 = a_1 + 3r = 3 + 3(3) = 12$

A) 10 (B) 12 C) 14

D) 9 E) 15



Claves

1. B	3. B	5. B	7. D	9. C	11. C	13. A
2. D	4. C	6. D	8. C	10. C	12. C	14. B



Practiquemos



NIVEL 1

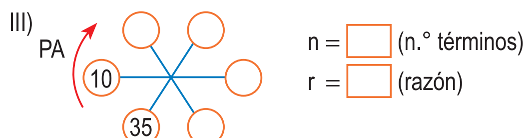
Comunicación matemática

1. En las siguientes progresiones aritméticas completa.

I) ÷ m – 2; m + 1 ; $\square$ + $\square$; ...

II) ÷ 7 ; $\bigcirc$; 17; ...

III)



n = $\square$ (n.° términos)

r = $\square$ (razón)

IV) ÷ $\sqrt{2}$ + 3 ; 3; 3 – $\square$; ...
20 términos

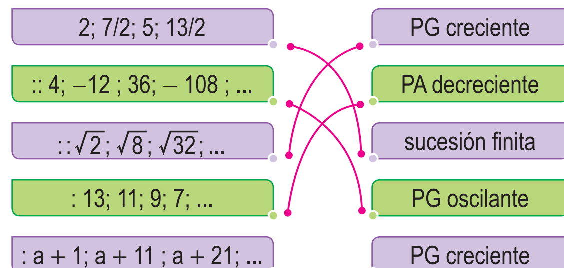
V) ÷ 2; ...; 35 ; ... $\square$; ...; $\square$
12 términos
30 términos

2. A) Determina x si:

I) ÷ 4x; 5x + 1; 4x + 10; ... es una PA ⇒ x = $\square$

II) ∷ $\frac{16}{x}$; 7; 3x + 1; ... es una PG ⇒ x = $\square$

B) Relaciona correctamente:



Razonamiento y demostración

3. Demuestra que la suma de los n primeros números naturales es $\frac{n(n+1)}{2}$.

4. Sea la PA: 10; 14; 18; ... encuentra el término de lugar 20.

A) 38 B) 58 C) 70 D) 50 E) 86

5. Determina el primer término de una progresión aritmética de 29 términos de razón 4 cuyo último término es 119.

A) 14 B) 7 C) 0 D) 4 E) 29

6. Halla el número de términos de: 28; 32; 36; 40;... ; 208.

A) 36 B) 30 C) 46 D) 50 E) 56

7. Calcula: S = 27 + 30 + 33 + ... + 333

A) 10 050 B) 18 540 C) 30 000
D) 5040 E) 3700

8. Halla $a_{20} \div a_{10}$, en la siguiente progresión:
∷ 4 ; 8 ; 16 ; ...

A) 512 B) 1024 C) 256
D) 64 E) 16

Resolución de problemas

9. La suma de los términos de una PA es 425 y su término central 17. El número de términos es:

A) 15 B) 25 C) 30 D) 35 E) 50

10. El tercer término de una PA es 18 y el séptimo 30. Calcula la suma de los 17 primeros términos.

A) 600 B) 610 C) 611 D) 612 E) 630

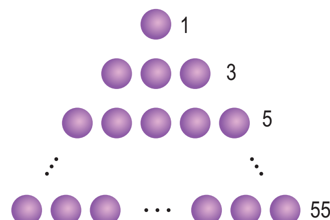
11. Las edades de 3 personas están en PG siendo el producto de las edades 27 000. ¿Cuál es la edad de la persona intermedia?

A) 15 B) 20 C) 30 D) 40 E) 25

NIVEL 2

Comunicación Matemática

12.



De la figura responde:

I) Las filas corresponden a una PA creciente de razón $\square$.

II) La fila n.° 17 tiene $\square$ bolitas.

III) El n.° total de bolitas del arreglo es $\square$.

13. Completa los pasos adecuadamente.

$$M = \frac{4+8+16+32+64+128}{4+2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...}$$

$$M = \frac{\text{Suma de PG de 6 términos}}{\text{Suma límite de una PG de razón 1/2}}$$

$$\frac{S_6 = \left(\frac{\square+\square}{2}\right)\cdot\square}{S_L = \frac{\square}{1-\square}} = \frac{\square}{\square}$$

∴ M = $\square$

Razonamiento y demostración

14. Determina la razón de la progresión aritmética:
÷ m + 3 ; m – 2; ...

A) m B) m – 1 C) 5
D) –5 E) 7

15. Sea una PA donde $a_5 = 4$ de razón 1/2, determina el término de lugar 15.

A) 9 B) 7 C) 16 D) 17 E) 15/2

16. En la siguiente progresión geométrica:

$:: \ 2^{-2}; 2^{-1}; ...$

Calcula a_{49}.

A) 2^{42} B) 2^{44} C) 2^{46} D) 2^{48} E) 2^{35}

17. El cuarto término de una PG es 2 y el décimo es 128. Calcula el valor de la razón.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución de problemas

18. El cociente entre el quinto y el primer término de una PG es 16 y su suma es 51. Determina el tercer término de la progresión.

A) 10 B) 8 C) 12 D) 4 E) 1/2

19. El quinto término de una PG es 24 y el segundo 81. Halla el número de términos enteros de la progresión.

A) 5 B) 6 C) 12 D) 25 E) 83

20. Halla cinco números enteros en PG creciente cuya suma es 31 y su producto 1024. Proporciona la suma de la razón con el primer término de dicha progresión.

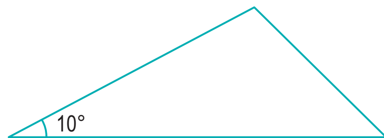
A) 3 B) 4 C) 5 D) 2 E) 6

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. En un triángulo sus ángulos internos siguen una PA. Si el menor mide 10°, determina el ángulo mayor.

A) 50°
B) 60°
C) 110°
D) 100°
E) 70°



22. En el siguiente arreglo se tiene 12 filas:

3 → Fila 1
3 3
3 6 3
3 9 9 3
3 12 18 12 3
⋰ ... ⋱

Determina:

I) La suma de los números de la fila 10.

$t_{10} =$

II) ¿Cuánto suman todos los números del arreglo?

$S_{12} =$

Razonamiento y demostración

23. Halla la suma de los infinitos términos de:

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^4} + ...$$

A) $\frac{9}{24}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{5}{16}$

D) $\frac{9}{16}$ E) $\frac{5}{24}$

24. Determina la suma de los múltiplos de 5 comprendidos entre 50 y 149.

A) 199 B) 2000 C) 1900
D) 750 E) 500

25. En la siguiente PG:

$:: \ \sqrt{2}; 2; ...$

Determina: $\frac{a_{10}}{a_5}$

A) 25 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}^3$ D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

26. Si:

$:: \ (a + b), (4a - 3b); (5b + 3a), ...$ es una PA; luego a/b es:

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 2

Resolución de problemas

27. La suma de los infinitos términos de una PG decreciente es 8 y la suma de los dos primeros términos es 6. ¿Cuál es el valor del primer término?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

28. El quinto término de una PA es igual a 19 y el décimo es 39. ¿Cuántos términos hay que tomar para que su suma sea 465?

A) 18 B) 12 C) 20 D) 10 E) 15

29. La suma de los 10 términos de una PA creciente es 60, la diferencia de los extremos es 18, halla el término 10.

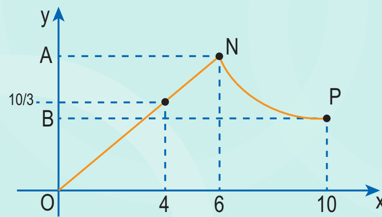
A) 15 B) 18 C) -3 D) 10 E) 8

Claves

NIVEL 1	7. B	13.	20. A	26. A
1.	8. B	14. D	NIVEL 3	27. D
2.	9. B	15. A	21. C	28. E
3.	10. D	16. C	22.	29. A
4. E	11. C	17. B	23. B	
5. B	NIVEL 2	18. C	24. C	
6. C	12.	19. A	25. D	

MARATÓN Matemática

Determina en la figura A + B; si la recta ON es una función de proporcionalidad directa y la curva NP representa una función de proporcionalidad inversa.



Resolución:

Como ON es función de proporcionalidad directa se cumple:

$\frac{\frac{10}{3}}{4} = \frac{A}{6} \Rightarrow A = 5$

NP es curva de una función de proporcionalidad inversa, entonces:

$A \cdot 6 = B \cdot 10 \Rightarrow 5 \cdot 6 = B \cdot 10$

$\Rightarrow B = 3$

$\therefore A + B = 8$

1. Completa cada caso:

a)

Ecuaciones	Valor (es) de x
$\|x - 3\| = 4$	$x_1 =$ ☐ $x_2 =$ ☐
$\log_x 9 = 2$	$x =$ ☐
$\log_3(x + 2) + \log_3 9 = 1$	$x =$ ☐

b) Si $F(x) = 7x - 3$

F(x)	11		46		–17
x	2	4		3	

c) $:: 1 + 3 + ... + 3^8 + 3^9$

$S_n = \frac{3^{☐} - 1}{☐}$

$: -3 + 4 + ... + 95 + 102$

$S_n = \frac{☐ - ☐ + 1}{☐}$

$= ☐$

2. Determina el rango de la función:

$F(x) = \frac{7 - x}{x + 1}$, si $x \in \langle 0; 5]$

A) $[1/3; 7\rangle$ B) $\left[\frac{7}{4}; 4\right\rangle$ C) $\langle 5; 7]$

D) $\langle 5; 7]$ E) $\left[\frac{2}{3}; 7\right\rangle$

3. Encuentra el conjunto solución de:

$|x - 3| = 3$

A) CS: {0; 3} B) CS: {1; 3} C) CS: $\{\frac{1}{3}; 7\}$

D) CS: {0; 6} E) CS: {2; 4}

4. Resuelve la siguiente ecuación:

$4^x - 2^{x+2} - 32 = 0$

e indica un valor real de x.

A) 2 B) 1 C) 3

D) 4 E) –2

5. Dada una progresión aritmética. Si su undécimo término y cuarto término son 25 y 11, respectivamente, determina la razón.

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) 3

D) 4 E) 6

6. Determina el valor de a.

Si: $\log(xy) = a$ y $\log x^2 + \log y^2 = 10$

A) 10 B) 100 C) 5

D) 4 E) 1

7. En la siguiente progresión aritmética determina x + y si:

$: \underbrace{\underbrace{-5; -1; 3; ...; x}_{12 \text{ términos}}; ...; y}_{20 \text{ términos}}$

A) 102 B) 84 C) 100

D) 110 E) 124

8. En una función de proporcionalidad f(x), se cumple:

$f(3) + f(2) = 30$

Determina: $\frac{f(7) + f(8)}{f(3)}$

A) 5 B) 4 C) 3

D) 7 E) 8/3

9. Determina un valor de x.

$\log_{x-3}(x - 1) = 2$

A) 4 B) 2 C) 6

D) 5 E) 3

10. En una reunión cada 5 minutos se reciben 7 invitados, luego 10, luego 13 y así sucesivammente hasta que al final llegan 37 invitados. ¿Cuánto tiempo transcurrió? En minutos.

A) 33 B) 77 C) 55

B) 45 E) 25

11. Elena lee una obra literaria, el primer día lee 10 páginas, el segundo 14 páginas, el tercer día, 18 páginas... ¿Qué día culminará la lectura si empezó el 12 de abril y la obra posee 960 páginas?

A) 19 de abril B) 29 de abril C) 8 de mayo

B) 5 de mayo E) 3 de mayo

RAZONA:

Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

4	1			5		2		9
5			4					
		2		8	1		7	
	9		6	7	8		4	
	8		2	4	5		1	
	7		5	6		1		
					7			6
8		6		3			2	4

2.

					5		7	
		7	6			2	1	
3	9	8					4	6
			5	4				1
	6	4		7		3	2	
9				1	3			
7	1					6	9	8
	4	9			2	1		
	3		1					

3.

1	3			5		7		9
			3			4		6
6	9				1			
		6	5		3		9	
3				9				5
	5		4		7	3		
			8				7	4
2		7			5			
5		3		7			2	1

4.

	9			6		1	2	8
		8	3				5	
5								
8		9	1	7			4	
		1	4	2	8	5		
	4			3	5	6		1
								7
	1				4	2		
4	6	2		5			1	

5.

		4		1	8		5	
	2	9		4		8		6
5	1							
6				9	7	4		
			6		1			
		5	4	8				3
							3	4
4		1		6		2	9	
	3		8	2		1		

6.

3							9	6
6	4					1	8	
	7	9	6			4		
			8	7	1	5		
			4	5	6			
		8	9	2	3			
		1			7	9	4	
	9	4					5	2
5	3							1

7.

					2		4	
6	8			3	4		5	
		2		1		6		
3	5			2				
	6	8	1	4	9	3	2	
				7			8	6
		7		5		4		
	3		4	8			7	2
	1		2					

8.

7			2					4
	9			8	6	5	7	
	5	6		7		3		
	8							7
	6	2		1		9	5	
9							2	
		8		4		2	1	
	7	9	1	3			4	
4					9			5

Respuestas:

1.

4	1	8	7	5	6	2	3	9
5	3	7	4	9	2	8	6	1
9	6	2	3	8	1	4	7	5
1	9	5	6	7	8	3	4	2
7	2	4	9	1	3	6	5	8
6	8	3	2	4	5	9	1	7
2	7	9	5	6	4	1	8	3
3	4	1	8	2	7	5	9	6
8	5	6	1	3	9	7	2	4

2.

6	2	1	4	3	5	8	7	9
4	5	7	6	8	9	2	1	3
3	9	8	7	2	1	5	4	6
2	7	3	5	4	6	9	8	1
1	6	4	9	7	8	3	2	5
9	8	5	2	1	3	7	6	4
7	1	2	3	5	4	6	9	8
5	4	9	8	6	2	1	3	7
8	3	6	1	9	7	4	5	2

3.

1	3	4	2	5	6	7	8	9
7	2	5	3	8	9	4	1	6
6	9	8	7	4	1	2	5	3
4	1	6	5	2	3	8	9	7
3	7	2	6	9	8	1	4	5
8	5	9	4	1	7	3	6	2
9	6	1	8	3	2	5	7	4
2	4	7	1	6	5	9	3	8
5	8	3	9	7	4	6	2	1

4.

3	9	4	5	6	7	1	2	8
1	7	8	3	4	2	9	5	6
5	2	6	8	9	1	7	3	4
8	5	9	1	7	6	3	4	2
6	3	1	4	2	8	5	7	9
2	4	7	9	3	5	6	8	1
9	8	5	2	1	3	4	6	7
7	1	3	6	8	4	2	9	5
4	6	2	7	5	9	8	1	3

5.

3	6	4	2	1	8	9	5	7
7	2	9	3	4	5	8	1	6
5	1	8	9	7	6	3	4	2
6	8	3	5	9	7	4	2	1
2	4	7	6	3	1	5	8	9
1	9	5	4	8	2	7	6	3
8	7	2	1	5	9	6	3	4
4	5	1	7	6	3	2	9	8
9	3	6	8	2	4	1	7	5

6.

3	1	5	7	8	4	2	9	6
6	4	2	3	9	5	1	8	7
8	7	9	6	1	2	4	3	5
4	6	3	8	7	1	5	2	9
9	2	7	4	5	6	3	1	8
1	5	8	9	2	3	7	6	4
2	8	1	5	6	7	9	4	3
7	9	4	1	3	8	6	5	2
5	3	6	2	4	9	8	7	1

7.

1	7	3	5	6	2	9	4	8
6	8	9	7	3	4	2	5	1
5	4	2	9	1	8	6	3	7
3	5	1	8	2	6	7	9	4
7	6	8	1	4	9	3	2	5
2	9	4	3	7	5	1	8	6
8	2	7	6	5	3	4	1	9
9	3	6	4	8	1	5	7	2
4	1	5	2	9	7	8	6	3

8.

7	1	3	2	9	5	6	8	4
2	9	4	3	8	6	5	7	1
8	5	6	4	7	1	3	9	2
1	8	5	9	2	3	4	6	7
3	6	2	7	1	4	9	5	8
9	4	7	6	5	8	1	2	3
6	3	8	5	4	7	2	1	9
5	7	9	1	3	2	8	4	6
4	2	1	8	6	9	7	3	5